

Температура

Макроскопическая
Равновесная
Распределение

Определение $T = \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_V$ $S = k \ln \Gamma$ $T = \frac{\Gamma}{k} \left(\frac{\partial E}{\partial \Gamma} \right)_V$

Модуль канонического распределения Гиббса (1901)

$$f(p, q) = \frac{1}{Z} \exp \left[-\frac{H_N(p, q)}{kT} \right]$$

$$Z = \frac{1}{N! h^{3N}} \int \exp \left[-\frac{H_N(p, q)}{kT} \right] dp dq$$

$$w_i = \frac{1}{Z} \exp \left(-\frac{\varepsilon_i}{kT} \right)$$

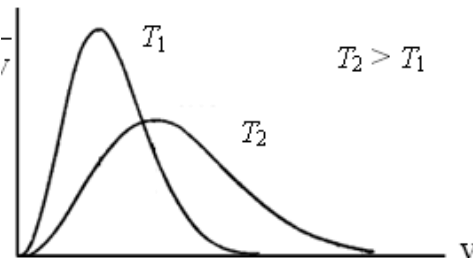
$$Z = \sum \exp \left(-\frac{\varepsilon_i}{kT} \right)$$

$$\sqrt{p^2} = \sqrt{p_X^2 + p_Y^2 + p_Z^2}$$

$$\rho(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{p^2}{\sigma^3} e^{-p^2/2\sigma^2}$$

$$p_m = \sqrt{2}\sigma$$

$$\sigma = \sqrt{mkT}$$



$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT$$

$$\rho(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$$

$$\bar{v} = \int v \rho(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

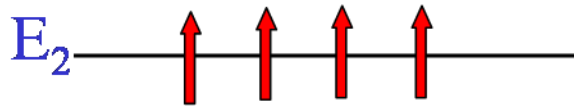
$$\overline{v^2} = \int v^2 \rho(v) dv = \frac{3kT}{m}$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Температура

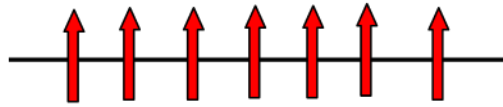
Возможные значения:

$$n_i = n_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_i}{kT}\right); \quad T = \frac{\Delta E}{k \ln\left(\frac{n_0}{n_i}\right)}$$

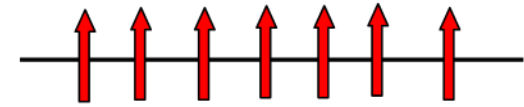


$T > 0$

$0.01 - 10^5 \text{ K}$



$T = \infty$



$T < 0$

Диапазон

Температура: первичные термометры

Нет
эталонов!

1.Газовый	$PV = RT$	$4 \div 600 \text{ K}$	$\sim 0.002K$
2.Акустический	$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$	$4 \div 600 \text{ K}$	$> \sim 0.01K$
3.Шумовой	$u_N^2 = 4kTR\Delta f$		$\varepsilon \sim 0.1\%$
4.Магнитный	$\chi = \frac{C}{T}$	$10^{-6} \div 10 \text{ K}$	

Практическое использование – вторичные термометры

Методы измерения температуры:

1) контактные 2) бесконтактные

1. Термометр расширения

1) Жидкостный

$$V_l = V_0(1 + \beta \Delta T)$$
$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \sim 2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$$

$$\beta(H_2O) = 0.7 \cdot 10^{-4} K^{-1}$$

$$\beta(Hg) = 1.8 \cdot 10^{-4} K^{-1}$$

$$\beta(C_2H_5OH) = 11.2 \cdot 10^{-4} K^{-1}$$

диапазон

70- 2300 К

δ

$\sim 0.001 K$

2) Дилатомический

диапазон

$$L = L_0(1 + \alpha T)$$

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_P \sim 10^{-5} - 10^{-6} K^{-1}$$

250 – 1200 К

3) Биметаллический



Контактные методы: электрическое сопротивление

2. Термометр сопротивления

Металл (Pt, Rh+Fe, Pt+Co.....)

$$R = R_0 (1 + \alpha_T \Delta T)$$

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial R}{\partial T} \right) \approx \frac{1}{273} \approx \frac{0.4\%}{K}$$

$$\delta T \approx 0.01 \div 0.001$$

$$T \approx 10 \div 700 \text{ K}$$

Полупроводник (термистор)

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{kT}\right)$$

$$\alpha_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) = -\frac{\Delta E}{kT^2} \approx \frac{10\%}{K}$$

Контактные измерения: ЭДС

Зеебек, 1821 (Cu/Bi)

3. Термопара

$$\Delta V = \alpha(T_1 - T_2)$$

$$\delta T \approx 0.01 \div 1 \text{ K}$$

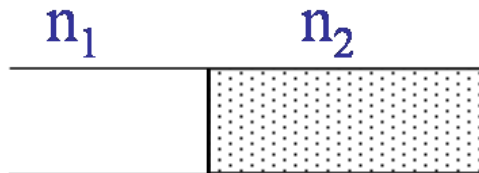
$$\alpha = 5 - 86 \frac{\mu\text{KB}}{\text{K}} (\text{Pd} / \text{Ag})$$

$$T \approx 10 \div 2800 \text{ K}$$

$$\Delta V = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}$$

Контактная Разность Потенциалов
Объемная составляющая термо-ЭДС

КРТТ



$$De \frac{dn}{dx} = \sigma E = e \mu n \frac{dV}{dx}$$

$$\frac{D}{\mu} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{dV}{dx}$$

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}$$

$$\Delta V_1 = \frac{kT_1}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Delta V_{12} = \frac{k\Delta T_{12}}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}$$

Контактные измерения: термопара

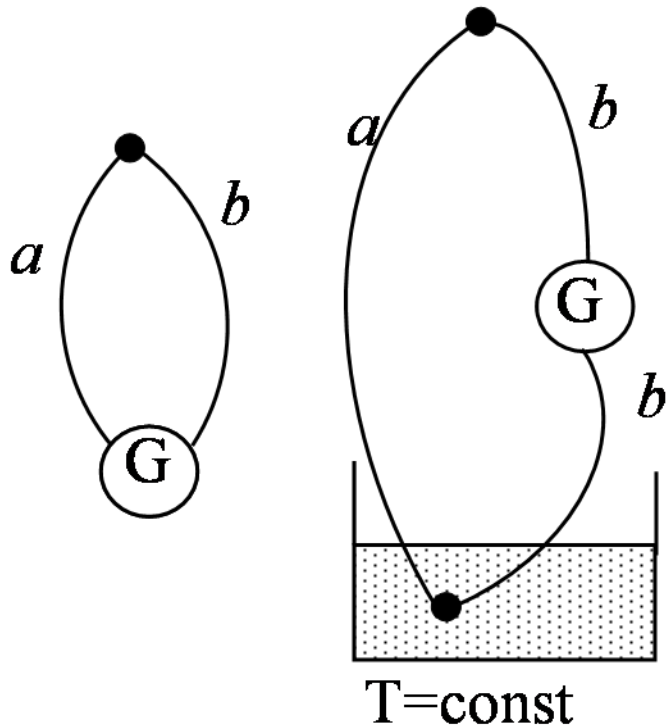
$$n = n(T)$$

$$n = N \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$$

$$\frac{dn}{dx} = \frac{dn}{dT} \cdot \frac{dT}{dx}; \quad \frac{dn}{dx} = n \frac{\Delta E}{kT^2} \cdot \frac{dT}{dx}$$

Объемная составляющая термо-ЭДС

$$De \frac{dn}{dx} = \sigma E = e \mu n \frac{dV}{dx}$$



Pt/ Pt + Rh
90%+10%

$T \div 1900\text{K}$

$$\frac{dV}{dx} = \frac{\Delta E}{eT} \cdot \frac{dT}{dx}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta E}{e} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta V_{OC} \sim \frac{\Delta E}{e} \cdot \frac{\Delta T}{T}$$

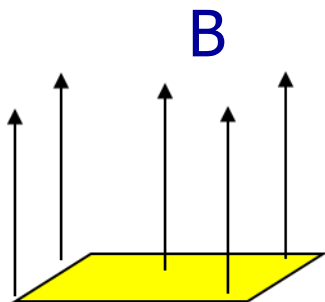
$$\Delta V_{KPI} = \frac{k\Delta T_{12}}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Delta V = \Delta V_{KPI} + \Delta V_{OC} = \Delta T \left(\frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} + \frac{\Delta E}{eT} \right)$$

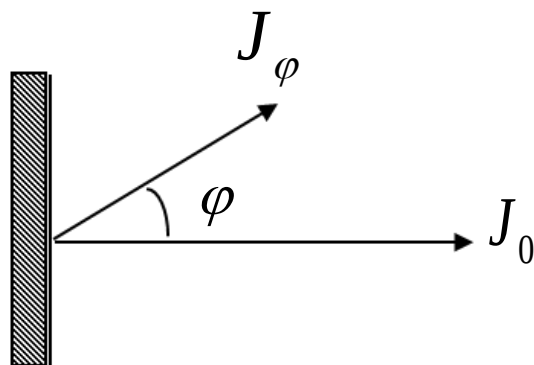
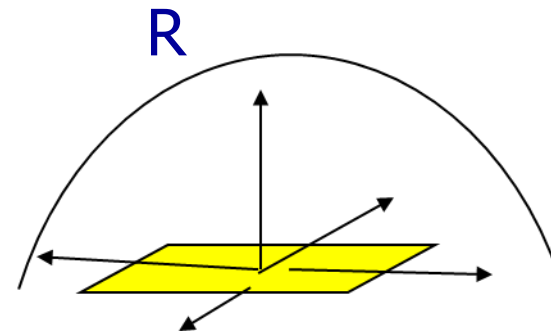
Бесконтактные измерения: излучение

Характеристики излучения

Энергетическая яркость



Энергетическая светимость

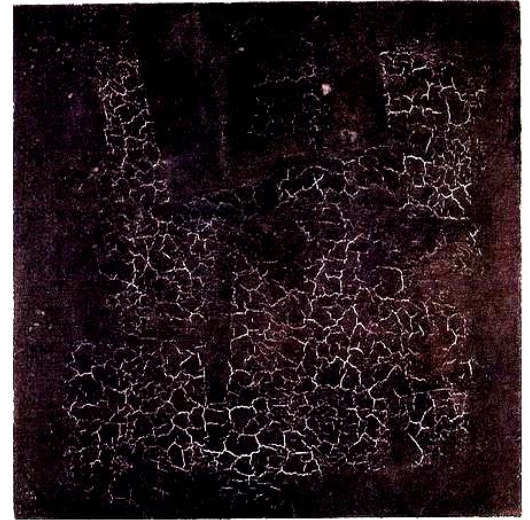


$$J_{\varphi} = J_0 \cos \varphi$$

$$R = \pi B$$

Излучение: АЧТ равновесие

$$a_{\lambda} = \frac{dE_{\lambda}^{ногл}}{dE_{\lambda}^{над}}; \quad a_{\lambda} = 1 \quad \forall \lambda \stackrel{def}{\Rightarrow} АЧТ$$



Абсолютно Черное Тело

К. Малевич
Чёрный супрематический
квадрат (1915)

Закон Кирхгофа

$$\frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}} = r_{\lambda}(АЧТ)$$

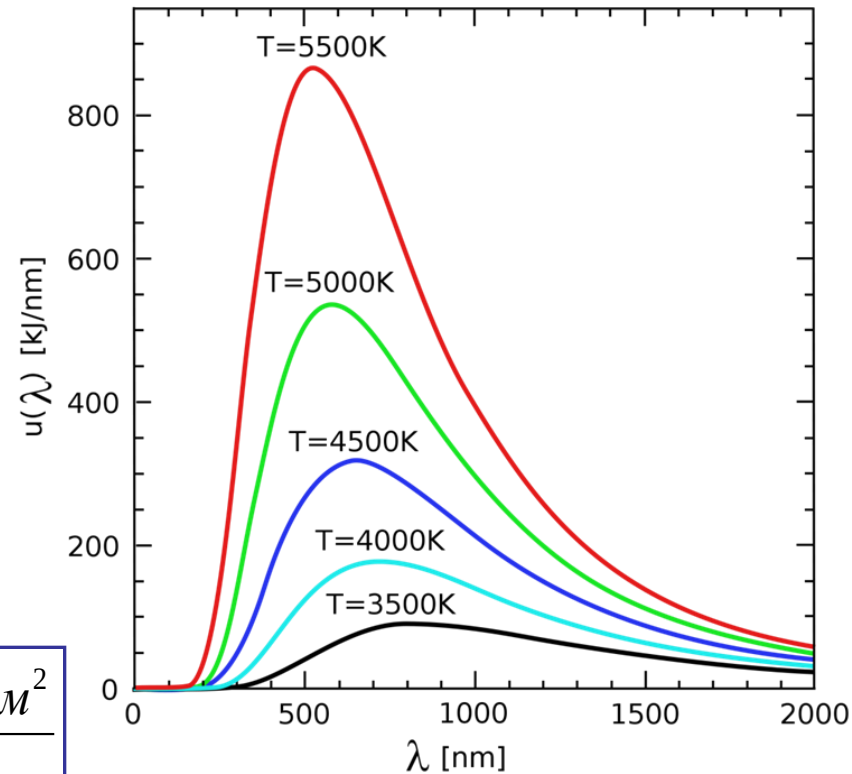
Равновесие
Хаос

Излучение АЧТ: закон Планка

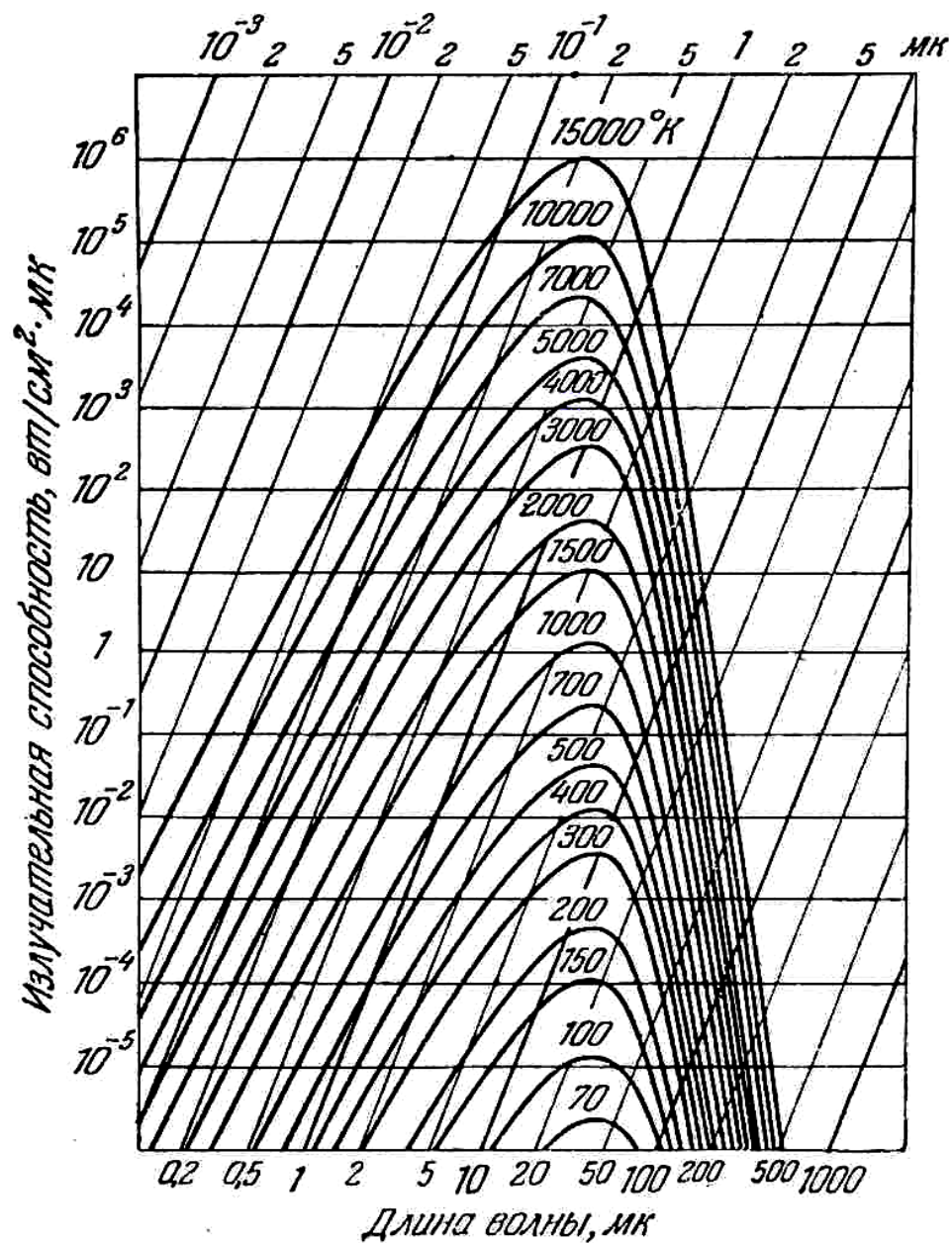
$$u_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad u_{\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$r_{\lambda, \nu} = \frac{cu_{\lambda, \nu}}{4}$$

$$\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1 \rightarrow r_{\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} \quad C_1 = 3,4 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^2}{\text{сек}} \\ C_2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{град}$$



Закон Планка

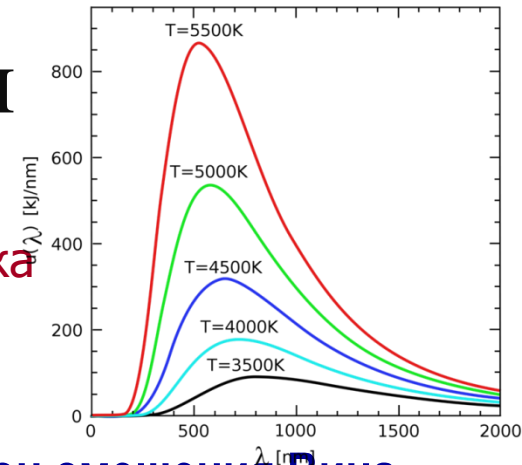


Спектр излучения абсолютно черного тела для различных температур.

Закон Планка: следствия

$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Закон Планка



Закон Вина

$$h\nu \gg kT$$

$$u_\nu = \frac{8\pi \nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT}$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}; \quad b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{K}$$

$$h\nu \ll kT$$

$$u_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT$$

Закон Рэлея-Джинса

$$r_{\nu, \lambda} = \frac{u_{\nu, \lambda} c}{4}$$

$$R = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \sigma T^4$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,6697 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{K}^4}$$

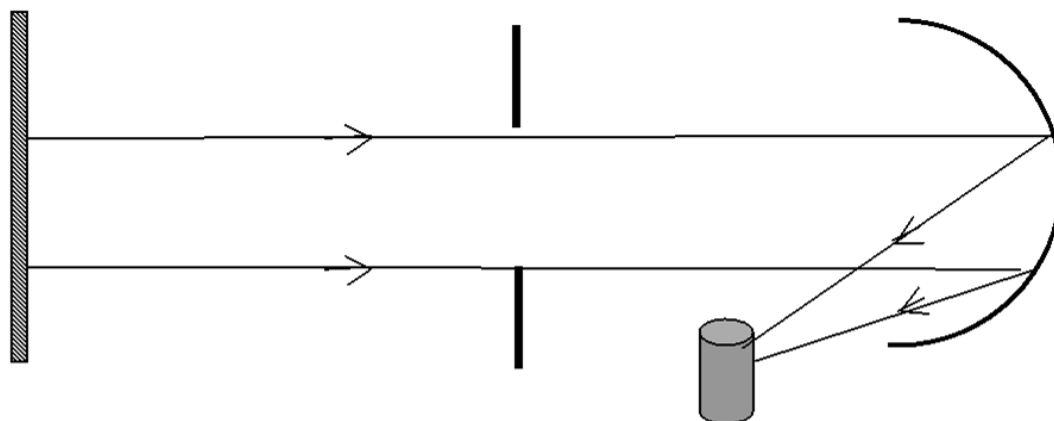
Закон Стефана-Больцмана

Закон Планка: пирометрия

Радиационный пирометр
ATT 2508

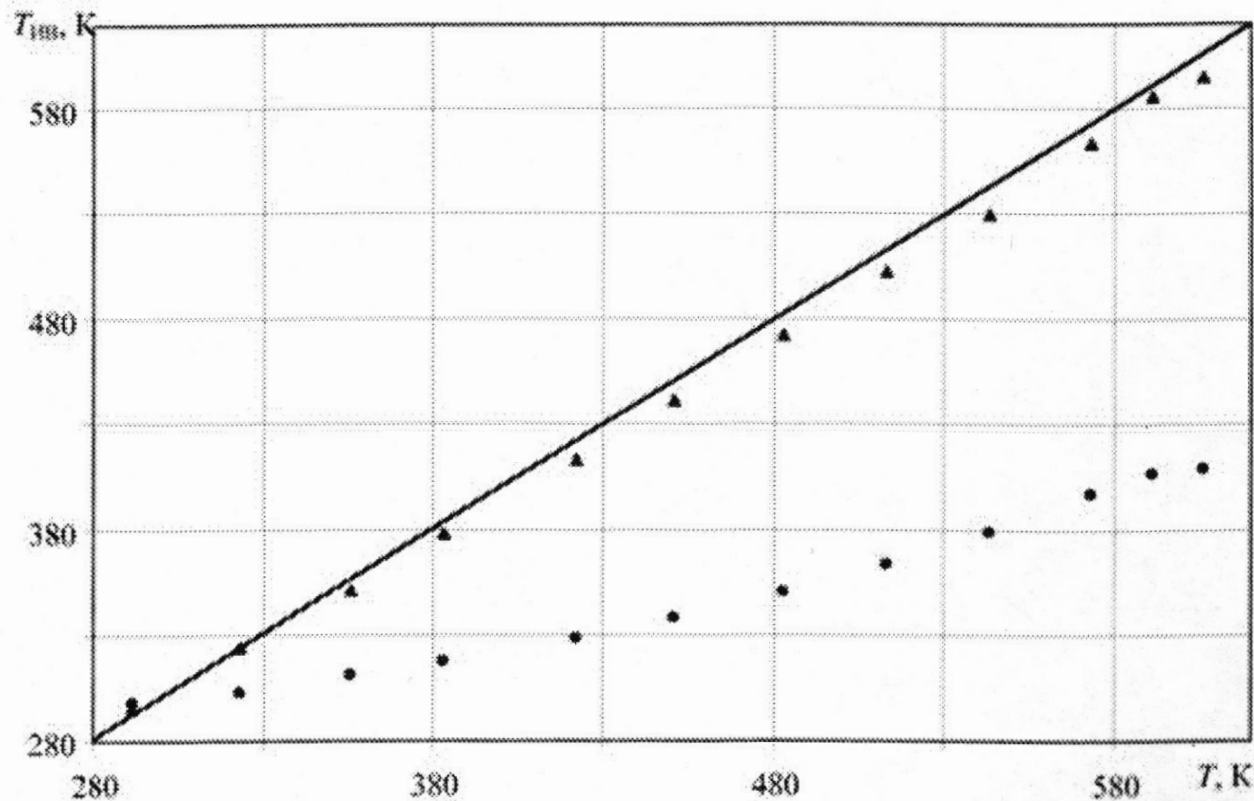
$T > 263\text{ K}$

$\delta T \sim 2\%$



Радиационный пирометр АТТ 2508

$$B = \frac{a\sigma T^4}{\pi}; \quad a\sigma T_{ucm}^4 = \sigma T_{pad}^4; \quad T_{ucm} = \frac{T_{pad}}{\sqrt[4]{a}}$$



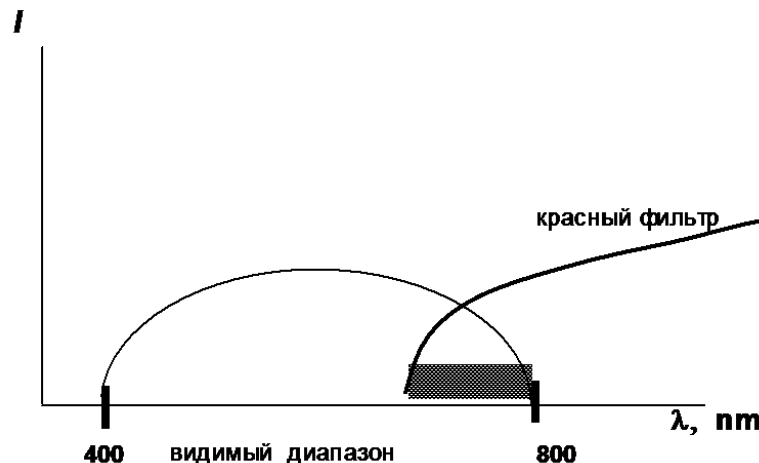
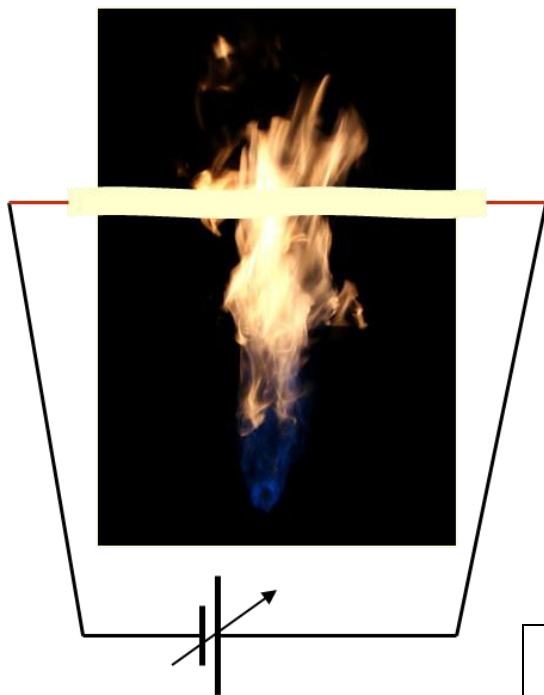
$$a_1 = 0.88$$

$$a_2 = 0.15$$

Закон Планка: пирометрия

Яркостный пирометр

$$T > 10^3 \text{ K}$$



$$b_{\lambda} = \frac{C_1}{\pi \lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} \cdot a_{\lambda}$$

$$\frac{C_1}{\pi \lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T_{уст}}} \cdot a_{\lambda} = \frac{C_1}{\pi \lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T_{ярк}}} ; \quad T_{уст} = \frac{T_{ярк}}{1 + \frac{\lambda T_{ярк}}{C_2} \ln a_{\lambda}}$$

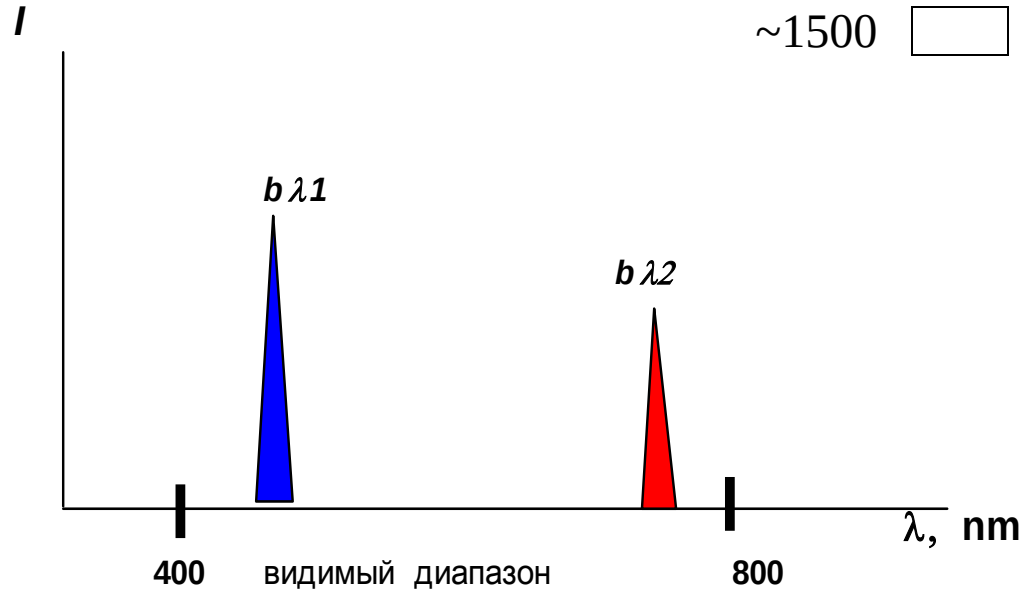
Закон Планка: пирометрия

Цветовой пирометр

~750	
~1100	
~1300	
~1500	

$$\frac{b_{\lambda 1}}{b_{\lambda 2}} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 \cdot \exp\left[-\frac{C_2}{T} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right]$$

$$T = \frac{C_2 \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)}{\ln\left[\frac{b_{\lambda 1}}{b_{\lambda 2}} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^5\right]}$$



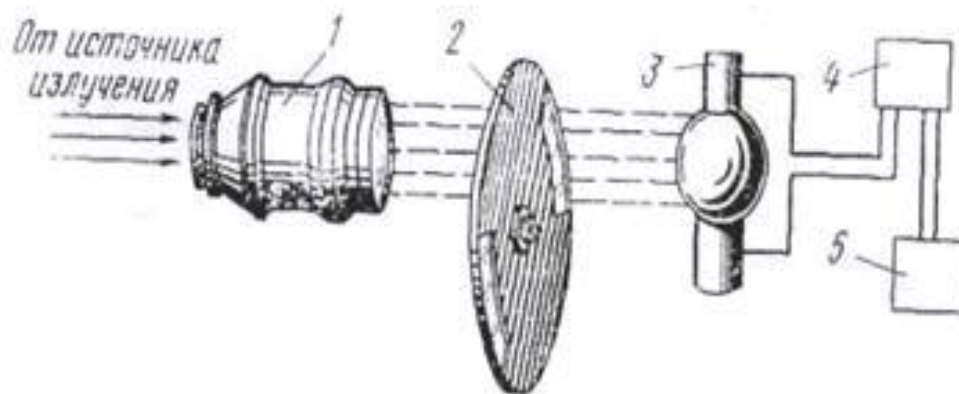
$$\frac{a_{\lambda 1}}{a_{\lambda 2}} \cdot \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 \cdot \exp\left[-\frac{C_2}{T_{\text{ист}}} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right] = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 \cdot \exp\left[-\frac{C_2}{T_{\text{цвет}}} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right]$$

$$\frac{1}{T_{\text{ист}}} = \frac{1}{T_{\text{цвет}}} + \frac{\ln \frac{a_{\lambda 1}}{a_{\lambda 2}}}{C_2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$$

Цветовой пирометр ЦЭП – 3М

Диапазон 1400—2800°С

Погрешность $\pm 30^{\circ}\text{C}$



Линейчатый спектр: эффект Доплера

$$\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = \frac{v}{c}$$

$$\Delta \nu = \nu_0 \frac{v}{c}$$

$$f(v)dv = \frac{1}{v_m \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{v_m^2}\right) dv$$

$$v = \frac{\Delta \nu}{\nu_0} c$$

$$v_m = \frac{\Delta \nu_0}{\nu_0} c$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$J(\nu) \sim f(v) = \frac{1}{\Delta \nu_0 \sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta \nu)^2}{(\Delta \nu_0)^2}\right]$$

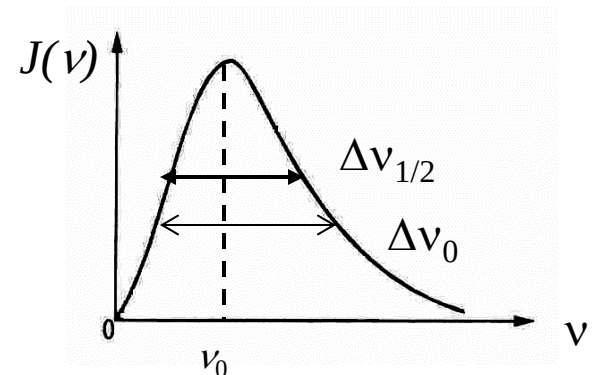
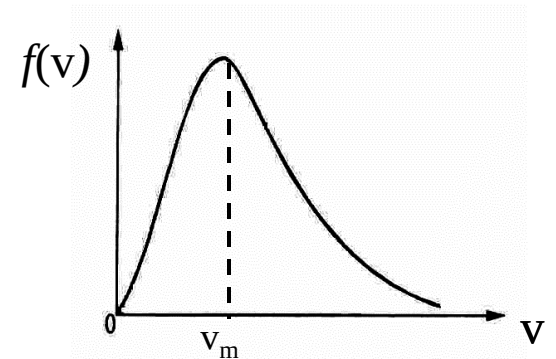
$\Delta \nu_{1/2}$:

$$\exp\left[-\frac{(\Delta \nu)^2}{(\Delta \nu_0)^2}\right] = \frac{1}{2}$$

$$\Delta \nu = \sqrt{\ln 2} \cdot \Delta \nu_0$$

$$\Delta \nu = \sqrt{\ln 2} \cdot \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\Delta \nu_{1/2} = 7.16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot \nu_0$$



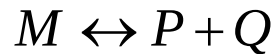
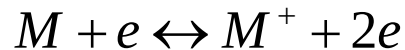
Скорость звука

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \left(\gamma = \frac{c_P}{c_V} \right)$$

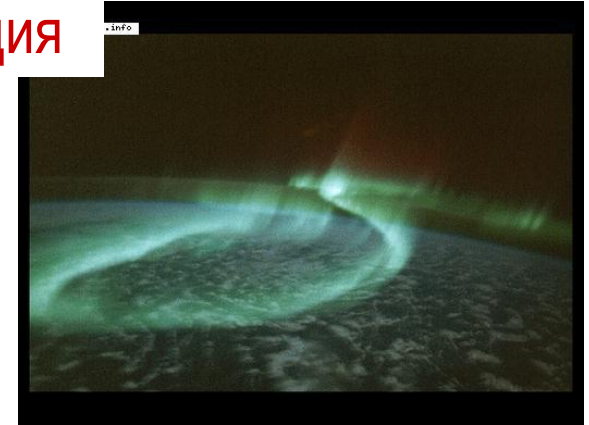
Интерференционные методы

Высокие температуры: $>4000\text{ K}$

Новые степени свободы: ионизация, диссоциация

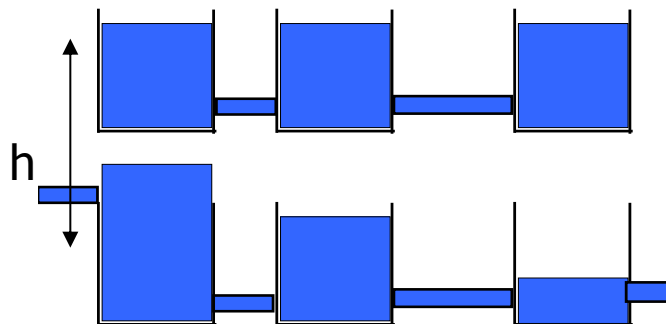
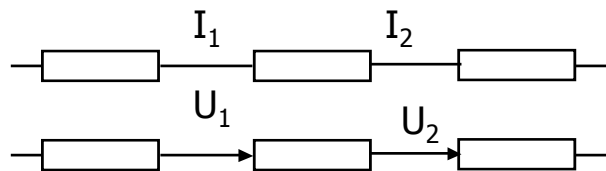


$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} = 2 \frac{g_i}{g_0} \left(\frac{2\pi m}{h}\right)^3 \left(\frac{kT}{P}\right)^{5/2} \exp\left(-\frac{W_i}{kT}\right)$$



$$T_1 = T_2$$

Отсутствие равновесия ($T_1 \neq T_2$)



Равновесие: равенство интенсивных параметров

$$P_1 = P_2$$

$$n_1 = n_2$$

.....

Неравновесное стационарное состояние: равенство потоков

$$I_{Q1} = I_{Q2} = I_{Q2} = \dots = I_{QN}$$

$$I_{n1} = I_{n2} = I_{n2} = \dots = I_{nk}$$

.....

$$I_{q1} = I_{q2} = I_{q2} = \dots = I_{qp}$$

Неравновесность: мера отклонения

$$j_L = -D \frac{dn}{dx}$$

$$j_Q = -\chi \frac{dT}{dx}$$

$$P_z = -\eta \frac{du_x}{dz}$$

$$j_q = -\sigma \frac{dU}{dx}$$

$$w \approx \beta \mathfrak{S}$$

$$\sigma \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{dS}{dt} \right) = \sum_k J_k X_k$$

Линейная
Неравновесная
Термодинамика

$$J_{\partial u \phi} = J \left[\frac{шт}{см^2 \cdot сек} \right] \quad X_{\partial u \phi} = -\nabla \frac{\mu_i}{T} \left[\frac{Дж}{шт \cdot К \cdot см} \right]$$

$$J_{\partial u \phi} \cdot X_{\partial u \phi} = J \cdot \nabla \frac{\mu_i}{T} \left[\frac{Дж}{см^3 \cdot К \cdot сек} \right]$$

$$J_{хим} = w \left[\frac{1}{см^3 \cdot сек} \right] \quad X_{хим} = \frac{\mathfrak{S}}{T} \left[\frac{Дж}{К} \right]$$

$$J_{хим} \cdot X_{хим} = w \cdot \frac{\mathfrak{S}}{T} \left[\frac{Дж}{см^3 \cdot К \cdot сек} \right]$$

Вариационные
принципы

$$S \rightarrow \max$$

$$\sigma \rightarrow \min$$

Равновесие

Л Н Т

Высокие температуры: T_e

Плазма тлеющего разряда

$$\begin{aligned}\frac{3}{2}k(T_e - T_0)\frac{m}{M} &= F\lambda = \\ &= Ee \cdot \lambda = Ee \cdot v_e \tau = Ee \cdot \frac{Ee\tau}{2m} \tau = \\ &= \frac{(Ee)^2}{2m} \cdot \tau^2 = \frac{(Ee)^2}{2m} \cdot \frac{\lambda^2 m}{3kT_e} = \frac{(Ee\lambda)^2}{6kT_e}\end{aligned}$$



$$\frac{T_e - T_0}{T_e} = \frac{M}{m} \cdot \left(\frac{Ee\lambda}{3kT_e} \right)^2$$

Неравновесная плазма: $T_1 \neq T_2$

σ , см²

Колебания

$$\sigma = (3-8) \cdot 10^{-16}$$

$$\sigma = 10^{-15}$$

Упругое
рассеяние

$$\sigma = 10^{-18}$$

Вращение

e

$$\sigma = 10^{-16}$$

Ионизация

$$\sigma = 10^{-17}$$

Электронное
возбуждение

τ , сек

$$10^{-8}$$

V → V

$$10^{-5}$$

V ↓ T

$$10^{-5}$$

R → R

$$10^{-10}$$

$$10^{-8}$$

R ↓ T

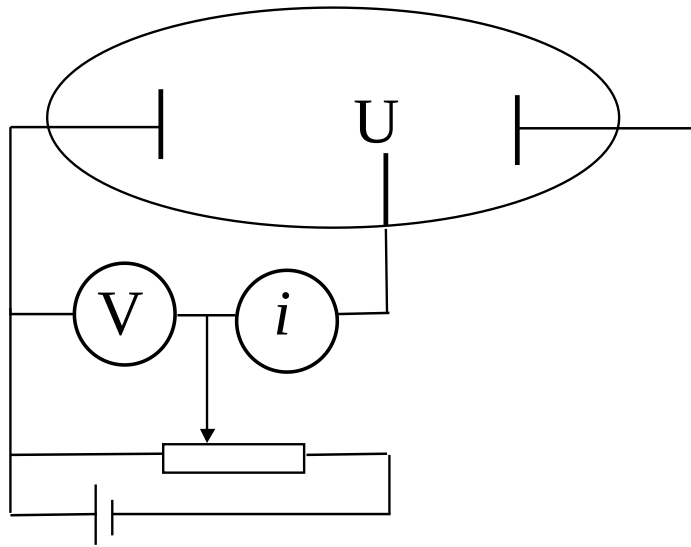
$$10^{-9}$$

T → T

$$T_e > T_{\text{vib}} > T_{\text{rot}} > \sim T_{\text{trans}}$$

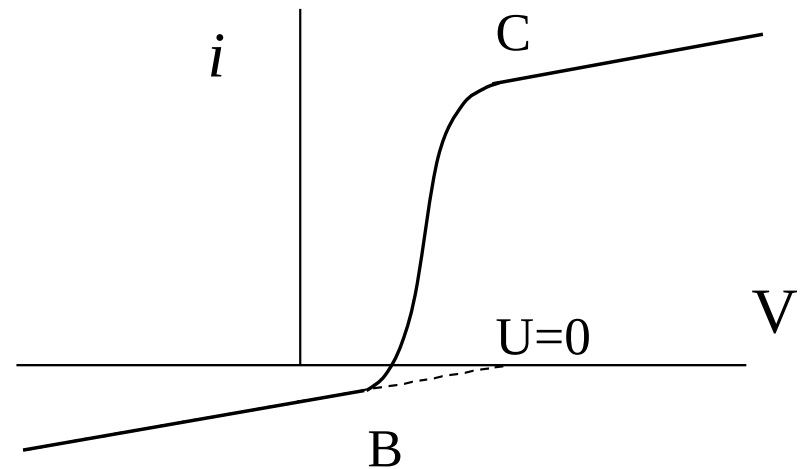
Плазма: электронная температура

Зонд Ленгмюра (1928)



$$i = f(V)$$

$$V = U + \text{const}$$



$$\frac{dn}{dE} = Ae^{-\frac{E}{kT_e}}$$

$$i = i_0 \exp\left(-\frac{Ue}{kT_e}\right) + i_+$$

$$i_0 = \frac{n_e v_e}{4} \cdot e \cdot S$$

$$\ln(i - i_+) = f(U)$$

$$\lambda \gg h$$

$$\varphi = Ue^{-\frac{x}{h}}$$

$$h = \sqrt{\frac{kT_e T_i}{4\pi n e^2 (T_e + T_i)}}$$

Плазма: электронная температура

Электропроводность

$$j = n_e e u = n_e e \mu E \equiv \gamma E$$

$$\gamma = n_e \mu_e e$$

$$u = a \tau = \frac{E e \tau}{m} \Rightarrow \mu = \frac{e \tau}{m} = \frac{e}{m} \cdot \frac{\lambda}{v}$$

$$\lambda \sim \frac{1}{n_e \sigma_+}; \quad v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\frac{e^2}{r} \sim kT$$

$$\sigma_+ \sim r^2 \sim \frac{e^4}{(kT)^2}$$

$$\gamma \sim CT^{3/2}$$

Температура тяжелых частиц

Скорость звука

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \left(\gamma = \frac{c_P}{c_V}\right)$$

Эффект Доплера

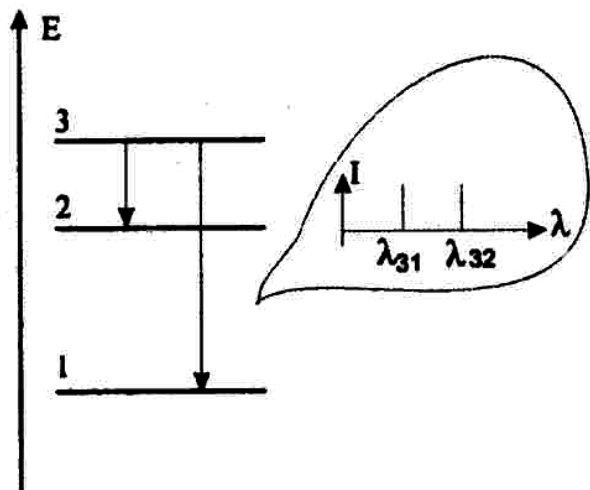
$$\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = \frac{v}{c}$$

$$\Delta \nu_{1/2} = 7.16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot \nu_0$$

$$\Delta \lambda_{1/2} = 7.16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot \lambda_0$$

Внутренние степени свободы: спектральные методы

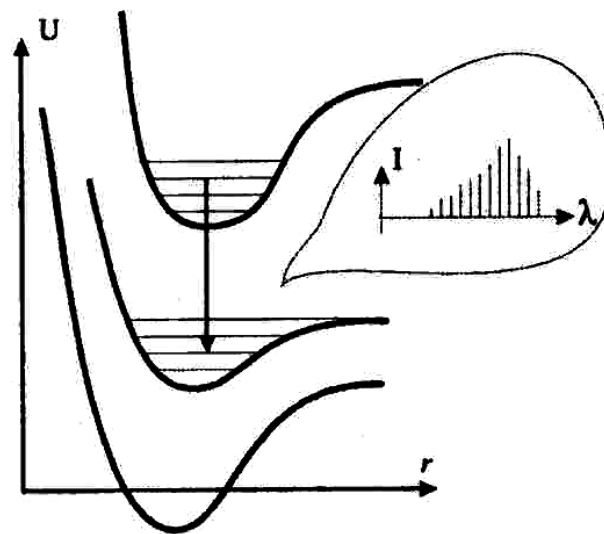
Атомарные спектры



Уширения спектральных линий:

- радиационное
- ударное
- доплеровское

Молекулярные спектры



Неразрешенная структура спектров:

- анализ огибающей

Литература

- Стариковская С.М.* Физические методы исследования. Семинарские занятия. 4. Методы измерения температуры. М: МФТИ, **2006**
- Сосновский А.Г., Столярова Н.И.* Измерение температур. М., **1970**
- Гордов А.Н., Жагулло О.М., Иванова А.Г.* Основы температурных измерений. М. Энергоатомиздат. **1992**
- Франкевич Е.Л.* Физические методы исследования. М. МФТИ. **1986**
- Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М., Наука **1987.**
- Смирнов Б.М.* Введение в физику плазмы. М. Наука **1982.**
- Кизель В.А.* Практическая молекулярная спектроскопия, М. МФТИ **1998.**
- Максимычев А.В.* Физические методы исследования. Задачи (часть 1). Погрешности эксперимента, длинные линии, измерение давления, температуры, потоков излучения и частиц. М., МФТИ , **2003**