

ИЗМЕРЕНИЯ

Основные соотношения

Дисперсия σ^2 случайной величины x выражается через результаты дискретных измерений x_i :

$$\sigma_x^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

где $\bar{x}$ - среднее значение. Для непрерывной величины с функцией распределения $f(x)$:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx.$$

Величина σ_x называется среднеквадратическим (стандартным) отклонением.

Биномиальное распределение определяет вероятность $P_N(n)$ того, что при N независимых испытаниях с двумя исходами «искомое» событие произойдет n раз:

$$P_N(n) = C_N^n p^n q^{N-n}.$$

p – вероятность искомого события при однократном испытании, $q = 1 - p$,

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}.$$

При этом

$$\bar{n} = Np,$$

$$\sigma^2 = Npq.$$

При $N \rightarrow \infty$ и $p = \text{const}$ биномиальное распределение переходит в распределение Гаусса (нормальное):

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Npq}} \exp\left[-\frac{(n-Np)^2}{2Npq}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}\right]$$

При $N \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ и $Np = \text{const}$ биномиальное распределение превращается в распределение Пуассона:

$$P(n) = \frac{N^n}{n!} p^n e^{-Np} = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

($\lambda = Np = \bar{n}$)

Доверительный интервал. Вероятность того, что отклонение нормально распределенной случайной величины n по абсолютной величине меньше заданной величины δ , описывается интегралом ошибок:

$$\text{erf}(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-q}^q e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Для δ , нормированной на величину стандартного отклонения, расчет дает:

$q=\delta/\sigma$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$\text{erf}(\delta/\sigma)$	0,383	0,682	0,866	0,954	0,987	0,997

Распространение ошибок. Если зависимость конечного результата x от ряда измеренных порознь физических величин $a, b, c \dots$ имеет вид $x = f(a, b, c \dots)$ и нам известны средние значения $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \dots$ и дисперсии $\sigma_a^2, \sigma_b^2, \sigma_c^2 \dots$, то

$$\underline{x} = f(\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \dots)$$

$$\sigma_x^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \right)^2 \sigma_c^2 + \dots$$

Если конечный результат измерения x равен среднему значению N отдельных результатов измерения a_i

$$x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i ,$$

то

$$\sigma_x = \sigma_a / (N)^{1/2}.$$

Электрические шумы. Среднеквадратическое значение равновесных флуктуаций разности потенциалов V_N на сопротивлении R при температуре T определяется формулой Найквиста

$$V_N = \sqrt{4kTR\Delta f},$$

где k – постоянная Больцмана, Δf - частотная полоса пропускания. В случае комплексного импеданса Z

$$V_N = \sqrt{4kT\Delta f \operatorname{Re}(Z)}.$$

Среднеквадратическое значение дробового шума I_F при номинальном токе I_0 дается формулой Шотки:

$$I_F = \sqrt{2eI_0\Delta f},$$

где e – элементарный заряд.

Время релаксации τ электрической цепи с активным сопротивлением R и емкостью C составляет

$$\tau = RC.$$

Соотношение между длительностью импульса τ и шириной спектра $\Delta\omega$:

$$\Delta\omega \sim 1/\tau.$$

Бел [В, Б] – логарифмическая единица уровня мощности P_2 относительно начального уровня P_1 :

$$B = \lg(P_2/P_1)$$

Для силовых величин (давление, электрическое напряжение) используется соотношение

$$B = 2\lg(V_2/V_1).$$

На практике чаще используется доляная единица *децибел*:

$$b = 10 \lg(P_2/P_1) [dB, дБ];$$

$$b = 20 \lg(V_2/V_1) [dB, дБ].$$

Задачи

G1. Определить минимальный входной импеданс вольтметра, который пригоден для измерения падения напряжения на резисторе R_0 , если требуемая относительная погрешность не должна превышать ε .

G2. Можно ли измерить гравитационную постоянную с относительной погрешностью $\delta = 1\%$, подкатывая свинцовый шар к пробному грузу, подвешенному к чашке аналитических пружинных весов с максимальной относительной чувствительностью $\eta = 1 \text{ мг/кг}$?

G3. Определить динамический диапазон измерения для следующих двух случаев: а) необходимо с погрешностью $\pm 3\%$ измерить ток с помощью стрелочного прибора, собственная погрешность которого $\pm 1\%$ от всей шкалы; б) с по-

мощью измерительного усилителя нужно измерить напряжение с погрешностью 1%. Смещение нуля, отнесенное ко входу, составляет 10 мВ. Из-за нелинейности входное напряжение не должно превышать 10 В.

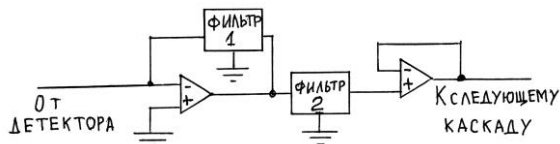
G4. Определить время установления t_s измерительной системы первого порядка, если относительная погрешность измерения не должна превышать ϵ .

G5. Сформулировать требование к стабильности частоты исследуемой системы и стробоскопического осциллографа при изучении формы высокочастотного сигнала методом когерентной выборки.

G6. Маятник расположен на поверхности земли над тоннелем метро. Диаметр тоннеля $D = 2R = 10$ м, а его ось проходит на глубине $h = 15$ м. Принимая среднюю плотность грунта $\rho = 2$ г/см³, оценить относительное изменение периода колебаний маятника, вызванное наличием тоннеля.

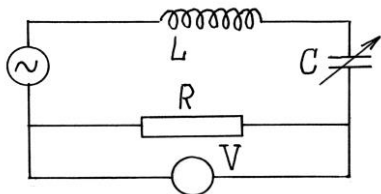
G7. Показать, что наличие в измерительной системе обратной связи может как увеличить, так и уменьшить чувствительность системы, но отношение сигнал/шум на выходе регистрирующего устройства при этом остается неизменным.

G8. ИК-спектрометр имеет вращающийся прерыватель, который модулирует излучение на 17 Гц. Система усиления сигнала включает два заграждающих фильтра, настроенных



на частоты 17 и 50 Гц (см. рис). Объяснить назначение фильтров и поместить их в нужные положения на схеме.

G9. Емкостный датчик используется для регистрации малых механических смещений. Датчик представляет собой электрический колебательный контур с воздушным конденсатором, одна из пластин которого подвижна. Оценить минимально измеряемое перемещение пластины конденсатора Δd , если контур настроен в резонанс, напряжение источника питания $U = 100$ В, минимально измеряемое изменение напряжения на сопротивлении $\Delta V = 10$ мкВ, добротность контура $Q = 10^3$ и зазор между пластинами $d = 1$ мм.



G10. Имеется два химических реактора, в которых протекает одна и та же экзотермическая реакция, причем имеется неоднородность в распределении компонентов по объему. С помощью пирометра с погрешностью измерений $\Delta T = 6$ К в различных точках получены следующие значения температуры (К):

1-й реактор: 751; 683; 696; 803; 721; 672.

2-й реактор: 773; 692; 754; 685.

В каком из реакторов распределение температуры более однородно? При расчетах средней скорости протекания процесса можно ли считать, что температура внутри первого реактора равна температуре внутри второго?

G11. Вероятность каких событий в какой схеме испытаний описывается биномиальным распределением? Как связаны между собой распределения биномиальное, Гаусса и Пуассона? Сформулировать условия, которым должна удовлетворять случайная величина, чтобы описываться распределением Гаусса.

G12. С помощью счетчика Гейгера измеряли интенсивность β -излучения. Допустимая погрешность составляла $\pm 1\%$. Для образца и фона каждые 5 минут выполнялись такие отсчеты:

t , мин	0	5	10	15	20	25	30
$R_{\text{ф}}$, Имп/мин	0	127	249	377	502	672	793
$R_{\text{с}}$ Имп/мин	0	2155	4297	6451	8602	10749	12907

(индекс "ф" указывает на фон, "с" - сигнал)

а) Сколько требуется времени, чтобы снизить погрешность до допустимой?

б) Сколько времени следует мерить фон?

в) Какова в действительности величина счета и его разброс?

G13. Изучение статистики отработки новой программы показывает, что в 30% всех случаев в компьютере происходит менее 5 сбоев в день, в 50% случаев – от 5 до 12 сбоев и в 20% всех случаев – более 12 сбоев в день. Оценить вероятность того, что в течение трех из пяти рабочих дней одной недели будет происходить более 12 сбоев в день?

G14. В серии контрольных испытаний 70% проб указывают на наличие загрязнений. Определить вероятность того, что при взятии 8 проб будет получено 5 загрязненных проб.

G15. Образец радиоактивного вещества содержит $1,5 \cdot 10^{20}$ ядер. Вероятность распада ядра $p = 10^{-20} \text{ мин}^{-1}$. Определить ожидаемое среднее число распадов ядер в минуту и вероятность наблюдения 2 распадов ядер в минуту.

G16. Игра в «русскую рулетку» состоит в том, что в шестизарядный барабан револьвера вкладывают один боевой патрон, барабан крутят случайным образом и стреляют в себя.

Какова вероятность остаться в живых после а) одного испытания? б) двух испытаний? в) N испытаний? г) какова вероятность быть застреленным при N испытаниях?

G17. Различные способы усреднения одной и той же величины могут приводить к существенно различным результатам. Предположим, что некто желает вложить деньги в акции какой-то компании и покупает в начале каждого месяца некоторое количество акций. Стоимость одной акции c_t зависит от месяца покупки t и меняется от месяца к месяцу случайным образом. Рассмотрим две альтернативные стратегии:

а) Ежемесячно покупается одно и то же число s акций;

б) Ежемесячно покупаются акции на одну и ту же сумму денег m .

После N месяцев покупатель окажется обладателем S акций, за которые он заплатил M денег. Наилучшим методом будем считать тот, который обеспечивает наибольшее значение отношения S/M . Получить выражение для отношения S/M в методе а) и методе б). Показать, что метод б) является лучшим, независимо от того, каким образом стоимость акций флуктуирует от месяца к месяцу.

G18. Рассмотрим идеальный газ из N молекул, находящийся в равновесном состоянии в объеме V_0 . Обозначим через n число молекул в какой-то части объема v . Вероятность p того, что данная молекула находится в этой части объема, равна $p = v/V_0$. а) Чему равно среднее число $\langle n \rangle$ молекул в части объема v ? б) Найти стандартное отклонение Δn числа молекул в объеме и величину $\Delta n / \langle n \rangle$. в) чему равно $\langle n \rangle$ в случае $v \ll V_0$? г) каково значение стандартного отклонения Δn при $v \rightarrow V_0$ и согласуется ли этот результат с ответом на вопрос (б)?

G19. Батарея с ЭДС V замкнута на сопротивление R . Мощность, рассеиваемая на этом сопротивлении, равна $P = V^2/R$. Сама батарея состоит из N индивидуальных элемен-

тов, соединенных последовательно, так что V равно сумме ЭДС этих элементов. С течением времени отдельные элементы выходят из строя, так что p - вероятность того, что ЭДС отдельного элемента имеет нормальное значение, а $q = 1 - p$ есть вероятность того, что ЭДС элемента равна нулю (внутреннее закорачивание). Вычислить среднюю мощность P , рассеянную на сопротивлении.

G20. Рассматриваем ансамбль из независимых классических гармонических осцилляторов, смещение которых в зависимости от времени имеет вид: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ (ω - угловая частота, A - амплитуда колебаний, φ - произвольная постоянная в интервале $0 \leq \varphi < 2\pi$). Фаза этих осцилляторов является случайной величиной (вероятность обнаружить ее в интервале $\varphi \div \varphi + d\varphi$ равна $d\varphi/2\pi$). Найти вероятность $P(x)dx$ того, что смещение данного осциллятора в момент времени t находится в интервале значений от x до $x + dx$.

G21. С помощью деревянного метра измеряется дистанция 50 м. Известно, что каждый результат последовательного приложения метра с равной вероятностью лежит между 99,8 и 100,2 см и не выходит за эти пределы. Найти полную ошибку при измерении дистанции 50 м, вычислив стандартное отклонение в величине измеренной дистанции.

G22. Вычислить среднеквадратичную относительную флуктуацию потенциальной энергии внутримолекулярных колебаний: а) двухатомной молекулы, б) N -атомной молекулы, в) моля идеального газа, состоящего из двухатомных молекул. Колебания считать гармоническими.

G23. Наблюдаются флуктуационные колебания подвешенного зеркала, имеющего момент инерции $J = 3,7 \cdot 10^{-14}$ кг·м². Температура равна 300 К, измерение перио-

да собственных колебаний дает величину $\tau = 392,7$ с. По записи временной зависимости угла отклонения определили среднеквадратичное отклонение $(\langle \varphi^2 \rangle)^{1/2} = 1,20^\circ$. Определить постоянную Больцмана k и число Авогадро N_A .

G24. Чему равен коэффициент жесткости пружины D , если величина среднеквадратичного флуктуационного отклонения x оставляет 1 мм? Температура равна 500 К.

G25. Чему равна средняя величина $(\langle \varphi^2 \rangle)^{1/2}$ флуктуационного отклонения математического маятника, находящегося в поле земного тяготения? Длина маятника 2 см, масса 20 мг, температура 300 К.

G26. Определить среднее значение энергии $\langle \varepsilon \rangle$, средний квадрат $\langle \varepsilon^2 \rangle$ и среднюю дисперсию $\langle (\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle)^2 \rangle$ для распределения Гиббса. Какие значения получаются при 300 К?

G27. Полное отклонение зеркального гальванометра с внутренним сопротивлением $R_i = 100$ кОм в апериодическом режиме достигается за время $\Delta t = 10$ с. Часть α электрической энергии, подводимой к гальванометру за время успокоения, запасается в виде потенциальной энергии возвращающей пружины. Надежная регистрация тока возможна, если отклонение стрелки под действием тока в 3 раза превышает отклонения, обусловленные термическими флуктуациями. Вычислить минимальный регистрируемый ток при 300 К, если $\alpha = 20\%$.

G28. В промежутках между измерениями некоторой физической величины автоматическая система в течение 1 с измеряет уровень шума и определяет его дисперсию. В течение часа выполнено 121 измерение шума. Изменился ли (и насколько) порог чувствительности измерительной системы за час работы?

G29. При заданных условиях проведения эксперимента собственный шум измерительной системы характеризуется среднеквадратичным отклонением $\sigma_i = 0,3 \text{ мВ}$, стандартное отклонение шумов изучаемого процесса составляет 2 мВ.

а) Можно ли считать, что измерительная система хорошо согласована по шуму с изучаемым объектом?

б) Какова будет дисперсия получаемых экспериментальных данных?

в) Как должны соотноситься между собой времена измерения шума и полезного сигнала при оптимальных условиях эксперимента?

G30. По незащищенной линии передают сигнал в условиях сильных помех. Использование коаксиального кабеля позволяет снизить помехи на 30 дБ. Во сколько раз можно увеличить скорость передачи информации, используя коаксиальный кабель, если исходно отношение "сигнал/шум" составляет: а) 1; б) 3; в) 0,1.

G31. Каков минимальный ток, который можно измерять электрометрическим усилителем с входным сопротивлением 10^{12} Ом , шунтированным паразитной емкостью 10 пФ? Температура входной цепи усилителя 20°C . Сколько времени длится одно измерение, если требуется точность 5%?

G32. При комнатной температуре отношение сигнала, имеющего амплитуду 15 мВ, к шуму составляет 20 дБ. Определить входное сопротивление регистрирующего осциллографа, если полоса частот, необходимая для передачи сигнала составляет 100 МГц.

G33. Определить полосу пропускания амперометрического усилителя, который позволяет измерять ток 0,5 нА через сопротивление 100 МОм с погрешностью 1% при комнатной температуре. Считать, что ошибка измерения складыва-

ется из равновесного шума сопротивления и дробового шума усилителя.

G34. Определить длительность анализируемого при комнатной температуре импульса с амплитудой 25 мВ, если при использовании осциллографа с входным сопротивлением 1 МОм мощность равновесного шума составляет -20 дБ.

G35. Определить минимальный (обусловленный дробовым эффектом) ток, который может быть измерен вакуумным прибором с подогреваемым катодом. Оценить стандартное отклонение тока ΔI , если среднее значение тока равно 1 мкА, а время измерения составляет 1 с.

G36. Определить ток через сопротивление 1 кОм, при котором дробовой шум становится равным равновесному при комнатной температуре.

G37. При изготовлении томпак-сплава взяты две выборки, каждая из которых включает 5 проб. Для содержания Cu получено среднее значение $x_1 = 71,4\%$, эмпирический стандарт $\sigma_1 = 1,6\%$. Вторая выборка, взятая через большой промежуток времени дала среднее значение $x_2 = 74,3\%$ и $\sigma_2 = 1,0\%$. Какова вероятность того, что полученные расхождения связаны с изменением условий испытания? Сколько проб должны были бы содержать выборки, чтобы достоверность заключения составила более 99%?

ЛИНИИ

Основные соотношения

Импедансы активного сопротивления R , конденсатора емкости C , катушки с индуктивностью L равны соответственно:

$$\begin{aligned}Z_R &= R, \\Z_C &= 1/j\omega C, \\Z_L &= j\omega L.\end{aligned}$$

Полосу пропускания контура принято определять по уровню -3 дБ относительно максимума амплитудно-частотной характеристики контура.

Для линии, характеризуемой погонными величинами емкости (C), индуктивности (L), электрического сопротивления (R) и проводимости утечки (G), волновое сопротивление Ω_r равно:

$$\Omega_r = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}.$$

При отсутствии в линии омических потерь («идеальная линия»):

$$\Omega = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Передача сигнала в линии с потерями характеризуется постоянной распространения γ :

$$\gamma = \sqrt{(G + j\omega C)(R + j\omega L)}.$$

$\text{Re } \gamma$ называется коэффициентом затухания и характеризует изменение напряжения или тока на единицу длины линии. $\text{Im } \gamma$ - фазовая постоянная (фазовый коэффициент), который характеризует изменение фазы на единицу длины линии.

Фазовая скорость сигнала в линии без потерь и в линии с малыми потерями:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

где k -волновое число.

Волновые сопротивления некоторых линий.

Коаксиальный кабель:

$$\Omega = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{D}{d} [CGSE] = 60 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{D}{d} [OM],$$

Здесь c – скорость света, μ и ε – магнитная и диэлектрическая проницаемости диэлектрика соответственно, d и D – диаметры внутренней жилы и наружной оплетки соответственно.

Двухпроводная линия (фидер):

$$\Omega = \frac{4}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{r} [CGSE] = 120 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{r} [OM],$$

где r – радиус провода, b – расстояние между центрами проводов, $r \ll b$.

Полосовая линия:

$$\Omega = \frac{4\pi}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{h}{l} [CGSE] = 120\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{h}{l} [OM],$$

где l – ширина полосы, h – расстояние между проводниками.

Для напряжений u и токов i в линии действует *принцип суперпозиции*:

$$u = u_{\text{пр}} + u_{\text{отр}},$$

$$i = (u_{\text{пр}} - u_{\text{отр}})/\Omega.$$

$u_{\text{пр}}$ – напряжение прямой волны, $u_{\text{отр}}$ – напряжение отраженной волны.

Коэффициенты отражения по напряжению r_u и по току r_i :

$$r_u = \frac{u_{\text{отр}}}{u_{\text{пр}}} = \frac{Z_n - \Omega}{Z_n + \Omega}; \quad r_i = \frac{i_{\text{отр}}}{i_{\text{пр}}} = \frac{\Omega - Z_n}{\Omega + Z_n}$$

(Z_n – импеданс нагрузки).

Случаи $|r_u|=1$, $|r_i|=1$ называются полным отражением.

При образовании в линии стоячей волны вводится коэффициент бегущей волны v :

$$v = \frac{u_{\text{min}}}{u_{\text{max}}} = \frac{1 - r_u}{1 + r_u},$$

где u_{min} , u_{max} – соответственно максимальное и минимальное значения напряжения в стоячей волне.

Входное сопротивление $Z_{вх}$ линии без потерь длиной l , нагруженной на импеданс нагрузки Z_H :

$$Z_{вх} = Z_H \frac{1 + j \frac{\Omega}{Z_H} \operatorname{tg} kl}{1 + j \frac{Z_H}{\Omega} \operatorname{tg} kl}$$

($k = \omega/v$ – волновое число).

Толщина скин-слоя δ определяется соотношением:

$$\delta(CGS) = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu\sigma\omega}} \text{ [см]},$$

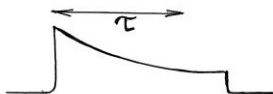
где σ – низкочастотная электропроводность. Для меди в качестве оценочного соотношения можно использовать:

$$\delta \approx \frac{10}{\sqrt{f}} \text{ [см]} \quad (f - \text{циклическая частота}).$$

Задачи

L1. Изобразить электрические схемы интегрирующей и дифференцирующей цепочек. Построить амплитудную, фазовую и переходную характеристики каждой цепочки. Определить полосу пропускания.

L2. При подключении кабеля от генератора сигналов прямоугольной формы к осциллографу с входным сопротивлением 1 МОм на экране видны сигналы, изображенные на рисунке.



Характерное время спада $\tau = 0,1$ мкс. Предложить причину искажения формы импульса.

L3. Объяснить действие фильтра нижних частот, фильтра верхних частот, полосового фильтра, заграждающего

фильтра. Почему фильтры строят в виде многократно повторяющихся идентичных звеньев?

L4. Почему односвязной последовательной эквивалентной схемой с сосредоточенными параметрами можно моделировать поведение систем порядка не выше второго?

L5. Найти максвелловское время релаксации τ_m (время рассасывания объемного заряда) в проводнике. Рассчитать τ_m для Ge при комнатной температуре, зная, что $\sigma = 0,014$ См/см, $\epsilon = 16$. Получить оценку для τ_m из соображений размерности.

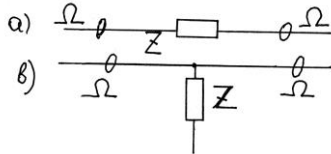
L6. Сформулировать условия, при которых электрическую цепь следует рассматривать как линию с распределенными параметрами.

L7. Следует ли энергетическую систему Европа-Сибирь, работающую при частоте 50 Гц, рассматривать как длинную линию?

L8. При какой тактовой частоте локальная компьютерная сеть МФТИ станет вести себя как линия с распределенными параметрами?

L9. Определить "паразитную емкость монтажа" при спайке "встык" медного провода диаметром 1 мм длиной 100 м, если при пайке использован стандартный припой на основе олова. Эффективное расстояние между проводами в месте спая равно 1 мкм, удельная электропроводность ρ меди и олова равна соответственно $\rho_{Cu} = 1,75 \cdot 10^{-6}$ Ом·см, $\rho_{Sn} = 11,5 \cdot 10^{-6}$ Ом·см. Оценить максимальную частоту сигнала, который может быть передан по этой линии. Найти коэффициент отражения по напряжению на частоте $\omega = 60$ МГц.

L10. Найти коэффициенты отражения по напряжению для неоднородных проводников, которые могут быть представлены эквивалентными схемами:



L11. Показать, что если длинная линия нагружена на чисто реактивное сопротивление, то происходит полное отражение сигнала по току и по напряжению.

L12. Экспериментатор изготовил разветвитель сигнала, соединив Т-образно центральные жилы и оплетки соответственно трех одинаковых кабелей. Определить коэффициент отражения по напряжению в точке разветвления и напряжение в каждой из двух линий после точки разветвления.

L13. Для изготовления согласованного Y-образного разветвителя сигналов последовательно каждому из двух кабелей в точке разветвления включается активное сопротивление R . Определить величину R и напряжение в каждой из двух линий после точки разветвления, если волновое сопротивление каждого кабеля равно Ω .

L14. Предложить схему симметричного разветвителя для трех кабелей с волновыми сопротивлениями Ω . Каково будет напряжение в каждой из линий после точки разветвления? Как изменится величина активного согласующего сопротивления, если необходимо изготовить симметричный разветвитель для n одинаковых кабелей?

L15. Предложить схему согласования длинной линии с волновым сопротивлением 75 Ом с длинной линией с волновым сопротивлением 50 Ом . Каким будет напряжение в 50 -

омной линии, если сигнал распространяется со стороны линии с большим волновым сопротивлением?

L16. Как согласовать длинную линию с волновым сопротивлением 50 Ом со входом осциллографа, если входное сопротивление последнего составляет 75 Ом? Найти напряжение на входных клеммах осциллографа.

L17. По измерительной коаксиальной линии с внутренним диаметром 0,5 мм и внешним диаметром 5 мм с воздушным заполнением движется импульс. В конце линии находится усилитель, от которого отражается 25% энергии падающего импульса. Чему равно входное сопротивление усилителя?

L18. По передающей линии движется прямоугольный импульс с напряжением 6 В, током 0,2 А и длительностью 10 нс. Импульс доходит до нагрузки и частично отражается. Отраженный импульс регистрируется шунтом обратного тока с сопротивлением 0,2 Ом, при этом напряжение на шунте, регистрируемое присоединенным к шунту осциллографом, равно 8 мВ. Чему равно сопротивление нагрузки? Какая доля энергии поглотилась в нагрузке? Сколько энергии (в Дж) отразилось?

L19. По полосовой воздушной линии на компьютерной плате передаются прямоугольные сигналы 5 В длительностью 0,1 нс. На плату пролили чай, так что средняя часть линии оказалась в "луже". Определить амплитуду импульса, достигающего противоположного конца линии. Линию считать идеальной, относительную диэлектрическую проницаемость чая считать равной диэлектрической проницаемости воды (80).

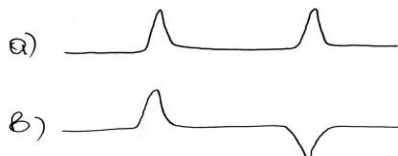
L20. Передаваемый сигнал поступает на антенну по двухпроводной воздушной линии. Антенна представляет собой активную нагрузку, согласованную с волновым сопро-

тивлением линии. Насколько изменится мощность передаваемого антенной сигнала из-за дождя, если считать, что при ливне 10% воздушного пространства занято каплями воды. Относительная диэлектрическая проницаемость воды равна 80.

L21. Предложить схему согласованного присоединения кварцевого пьезоэлемента к линии с волновым сопротивлением 50 Ом, если резонансная частота кварцевой пластины составляет 10 МГц. Пьезоэлемент может быть представлен эквивалентной схемой в виде емкости 100 пФ, шунтированной сопротивлением 500 Мом.

L22. Имеется коаксиальная передающая линия, по которой короткий импульс подается к нагрузке $Z = 70$ Ом. Импульс напряжения, отраженный обратно в линию, имеет ту же полярность, что и падающий, а его амплитуда составляет $1/3$ амплитуды падающего импульса. Найти внешний диаметр линии с воздушной изоляцией, если диаметр внутреннего проводника равен 4 мм.

L23. Экспериментатор тестирует коаксиальный кабель, посылая в кабель импульс напряжения и регистрируя на осциллографе переотражения. Какая из двух приведенных осциллограмм отвечает разрыву кабеля и какая соответствует замыканию между центральной жилой и оплеткой? Как определить расстояние до дефекта?



L24. Для согласования длинной линии с волновым сопротивлением $\Omega = 50$ Ом с нагрузкой $Z_n = 112,5$ Ом использу-

ется последовательно включенная четвертьволновая линия. Определить волновое сопротивление линии, используемой для согласования.

L25. Для согласования длинного кабеля, имеющего волновое сопротивление Ω , с нагрузкой Z_n используется шлейф, представляющий собой короткозамкнутый отрезок того же кабеля длиной a , включенный параллельно нагрузке в точке, находящейся на расстоянии b от места присоединения нагрузки. Определить величины a и b .

L26. Посередине линии без потерь длиной $\lambda/2$ с волновым сопротивлением 400 Ом подключен генератор с ЭДС 12 В и активным внутренним сопротивлением 300 Ом. Найти напряжения и токи на левом и на правом концах линии, а также в точке подключения генератора, если на обоих концах линии произошло короткое замыкание. Построить графики распределения действующих значений напряжения и тока вдоль линии.

L27. В конце воздушной линии без потерь с волновым сопротивлением 600 Ом при сопротивлении нагрузки 300 Ом напряжение равно 120 В. Найти, на каких расстояниях от конца линии напряжение а) минимально, б) максимально. Определить величины этих напряжений и построить график распределения напряжения, откладывая расстояние в относительных единицах x/λ .

L28. Найти отношение нагрузочного сопротивления R к волновому сопротивлению Ω , если отношение минимального к максимальному напряжению в линии составляет 0,5.

L29. Опорами для фидера, питающего антенну, излучающую на частоте 15 МГц, служат вкопанные в землю стальные опоры. На какой высоте следует расположить линию?

L30. Определить характер сигнала, регистрируемого на разомкнутом конце коаксиального кабеля с воздушным заполнением длиной 1 м, если на противоположном конце к кабелю подключен источник постоянного напряжения с нулевым внутренним сопротивлением и ЭДС 1 В.

L31. Определить изменение во времени тока на короткозамкнутом конце длинной линии, если к противоположному концу линии подключен источник тока, имеющий бесконечно большое внутреннее сопротивление.

L32. Для изготовления генератора наносекундных импульсов используется коаксиальная линия с внутренним диаметром $d = 5$ мм и внешним $D = 20$ мм, заполненная водой ($\epsilon = 80$). Какова должна быть длина линии, чтобы получить импульс длительностью 10 нс?

L33. Для генерации наносекундных импульсов используется воздушная коаксиальная линия длиной l . Как изменится длительность генерируемых импульсов, если из пространства между внутренним и внешним цилиндрами откачать воздух? Если заполнить пространство водой?

L34. Определить волновое сопротивление кабеля с полиэтиленовой изоляцией, центральная жила которого имеет диаметр 1,5 мм, а оплетка – диаметр 5 мм. Диэлектриком является полиэтилен, диэлектрическая проницаемость которого составляет 2,2. Определить диаметр внутренней жилы для кабеля такого же устройства, волновое сопротивление которого равно 75 Ом.

L35. Определить сопротивление излучения фидера (двухпроводной параллельной линии) длиной 10 м с межпроводным расстоянием 1 см на частоте 10 МГц.

L36. Определить фазовую скорость распространения сигнала в коаксиальном кабеле с полиэтиленовой изоляцией, если диаметр центральной жилы $d = 1,5$ мм, диаметр оплетки $D = 5$ мм, диэлектрическая проницаемость полиэтилена $\varepsilon = 2,2$.

L37. Коаксиальные кабели из стандартного ряда волновых сопротивлений (50; 75; 100; 150 Ом) имеют один и тот же диаметр наружной оплетки. Определить, как соотносятся между собой фазовые скорости распространения сигнала в кабелях.

L38. Телеграфная линия из Англии в Америку представляла собой проложенный через Атлантический океан коаксиальный кабель с бумажной изоляцией. С течением времени вода просочилась внутрь кабеля и влажность бумаги стала составлять 30% по объему. Насколько при этом изменилось время передачи сигнала, если длина кабеля между Лондоном и Нью-Йорком составляет 5600 км? Относительные диэлектрические проницаемости бумаги и воды равны 3 и 80 соответственно.

L39. Рассчитать коэффициент затухания электромагнитной волны длиной $\lambda = 3$ см в коаксиальном кабеле. Центральная жила – медь диаметром $d = 0,5$ мм, внешняя медная оплетка имеет диаметр $D = 5$ мм, изоляционный материал – полиэтилен с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,2$. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,72 \cdot 10^{-2}$ Ом·мм²/м, утечкой через изоляцию пренебречь.

L40. Определить затухание в децибелах сигнала в коаксиальном кабеле длиной 100 м (центральная жила диаметром 0,8 мм и наружная оплетка диаметром 5 мм из меди, диэлектрическая проницаемость изоляции 2). Утечкой через изоля-

цию пренебречь. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

L41. По длинной линии с волновым сопротивлением 50 Ом необходимо передать мощность 10 МВт. Рассчитать минимальный внешний диаметр коаксиального кабеля. Оценить активную мощность на единицу длины кабеля, выделяющуюся за счет протекания тока. Оценить выделяемую при этом энергию и изменение температуры медной внутренней жилы, если длительность импульса составляет 20 нс.

L42. Получить соотношение между распределенными параметрами G , C , R и L длинной линии, при котором линия будет неискажающей (соотношение Хевисайда). Линией без искажений называют линию, вдоль которой волны всех частот распространяются с одинаковой скоростью и затухают в одинаковой степени.

L43. Определить глубину проникновения в металл с удельной проводимостью σ высокочастотного электромагнитного поля с частотой ω ($\omega\tau \ll 1$)

L44. Найти частоту электромагнитного поля, глубина проникновения которого в металл равна длине волны.

L45. Найти частоту, при которой эффективная полоса пропускания коаксиальной линии сузится в два раза вследствие скин-эффекта.

L46. Определить толщину z проводника в линии длиной l , позволяющей без искажений передавать сигнал частотой ω . Погонные величины емкости и индуктивности передающей линии равны соответственно C и L .

L47. Прямоугольный импульс длительностью 1 нс передается по коаксиальному кабелю с медными проводниками длиной 100 м. Амплитуда импульса на входе 1 В. Волновое сопротивление линии 50 Ом, диэлектрическая проницаемость изолятора – единица. Определить амплитуду и длительность импульса на выходной согласованной нагрузке. Поверхностный импеданс меди $2,5810(f)^{1/2}$ Ом.

L48. Для передачи сигнала используют линию, в которой проводником является слой металла, напыленный на диэлектрическую подложку. Оценить допустимую толщину проводящего слоя, позволяющего без искажений передавать импульсы с фронтом нарастания τ .

L49. Оценить методом размерностей фазовую скорость волн на поверхности жидкости, пренебрегая влиянием поверхностного натяжения и конечной глубины.

ДАВЛЕНИЕ

Основные соотношения

Молекулярно-кинетическая теория приводит к следующим соотношениям.

В равновесии при температуре T доля молекул, имеющих тепловые скорости в интервале от v до $v + dv$, дается *распределением Максвелла*:

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv; \quad f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right),$$

где N - число молекул, m - масса молекулы, k - постоянная Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К)

Средняя скорость:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}.$$

Наиболее вероятная скорость:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Средняя квадратичная скорость:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Длина свободного пробега λ :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n},$$

где σ - газокINETическое сечение столкновений, n - концентрация $n = N/V$ (V - объем)

Давление P и концентрация связаны соотношением

$$P = nkT.$$

Среднее число ударов ν молекул о единицу площади в единицу времени:

$$\nu = (n\bar{v})/4.$$

Скорость звука v_s :

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

где ρ - плотность вещества, γ - показатель адиабаты, $\gamma = c_p/c_v$, c_p и c_v - мольные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно. R – универсальная газовая постоянная ($R = kN_A = 8,31$ Дж/(К моль), N_A – число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ (моль) $^{-1}$, M -молярная масса $M = m \cdot N_A$.

Рассмотрение различных явлений в среде основывается на макроскопических уравнениях переноса.

Перенос импульса проявляется как вязкость среды. На единицу поверхности пластины, расположенной в потоке жидкости или газа параллельно вектору скорости потока u_x , в направлении скорости u_x действует сила P_x :

$$P_x = -\eta \frac{\partial u_x}{\partial z},$$

где η - коэффициент динамической вязкости, $[\eta] = \text{кг}/(\text{см} \cdot \text{с})$. Ось z нормальна поверхности пластины,

Перенос энергии имеет место в процессах теплопроводности. Плотность одномерного потока тепла Q_x :

$$Q_x = -\chi \frac{\partial T}{\partial x},$$

где χ - коэффициент теплопроводности, $[\chi] = \text{Вт}/(\text{см} \cdot \text{К})$.

Перенос массы компонента смеси происходит в процессе диффузии. Плотность одномерного потока L_x молекул:

$$L_x = -D \frac{\partial n}{\partial x},$$

где D - коэффициент диффузии, $[D] = \text{м}^2/\text{с}$.

Перенос заряда происходит при протекании электрического тока. Плотность тока j_x в направлении оси x :

$$j_x = -\sigma \frac{\partial U}{\partial x}$$

где U - электрический потенциал, σ - электрическая проводимость, $[\sigma] = 1/(\text{Ом} \cdot \text{м})$.

Молекулярно-кинетическая теория позволяет связать *макроскопические* коэффициенты переноса η , χ , D , σ с *микроскопическими* свойствами вещества.

$$D = (1/3)v\lambda,$$

$$\chi = (1/3) \rho v c v \lambda,$$

$$\eta = (1/3) \rho v \lambda = m v / \sigma$$

(σ - сечение столкновений). Последние соотношения для η , χ и D справедливы в случае плотного газа ($\lambda \ll L$, L - характерный размер сосуда, содержащего газ).

Время диффузии t на расстояние l составляет

$$t \sim l^2 / D.$$

Электропроводность σ выражается через подвижность μ частиц с зарядом q , концентрация которых n_q :

$$\sigma = \mu n_q q.$$

Подвижность μ [$\text{см}^2/(\text{с}\cdot\text{В})$] связывает скорость u направленного дрейфа заряда с напряженностью приложенного электрического поля E :

$$u = \mu E.$$

Для коэффициента диффузии и подвижности выполняется соотношение Эйнштейна:

$$D/\mu = k T/q.$$

Плотность электрического тока j определяется величиной заряда, концентрацией и дрейфовой скоростью заряженных частиц

$$j = q n_q u.$$

Насосы для получения вакуума характеризуются *скоростью откачки* S :

$$S = dV/dt \quad [\text{литр/с}]$$

Для расчета вакуумной системы необходимо знать *пропускную способность* G ее элементов (трубопроводов, диафрагм, кранов):

$$G = Q/\Delta P \quad [\text{литр/с}],$$

где Q – поток газа, проходящего за 1 с, выраженный в единицах PV , ΔP – разность давлений, создающая поток.

Основное уравнение вакуумной техники связывает эффективную скорость откачки $S_{\text{Эф}}$ с быстродействием насоса S и про-

пускной способностью пассивных элементов вакуумной системы G :

$$\frac{1}{S_{эф}} = \frac{1}{S} + \frac{1}{G}$$

При *последовательном* соединении n элементов:

$$\frac{1}{G_{посл}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n}.$$

При *параллельном* соединении n элементов:

$$G_{пар} = G_1 + G_2 + \dots + G_n.$$

Пропускная способность круглой трубы радиуса r , длины l при вязком течении газа, давление которого на разных концах трубы составляет P_1 и P_2 :

$$G = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \frac{P_1 + P_2}{2}.$$

В условиях молекулярного течения

$$G = \frac{\pi r^3}{l} \sqrt{\frac{\pi R T}{2 M}}.$$

Пропускная способность *тонкой диафрагмы* площадью A [см²] в молекулярном режиме:

$$G = 3638 \sqrt{\frac{T}{M}} A \left[\frac{\text{см}^3}{\text{с}} \right]$$

Для воздуха при 293 К $G = 11,6$ литр/с при $A = 1$ см².

Задачи

P1. Найти средние квадратичные скорости молекул водорода и азота при температурах 273 и 293 К. Сравнить со скоростью звука. Считать, что показатель адиабаты γ для воздуха (азота) равен 1,4.

P2. Найти скорость адиабатического истечения струи идеального газа их сосуда через маленькое отверстие в вакуум, если известна скорость звука в газе s .

P3. Какова вероятность того, что частица газа пройдет без столкновений путь а) $l = 10\lambda$; б) $l = 0,1\lambda$?

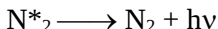
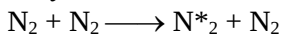
P4. Используя понятие длины свободного пробега определить вероятность того, что частица гелия пройдет отрезок $x = 1$ мм, не испытав столкновений. Температура гелия 273 К, давление 1 мбар. Диаметр эффективного газокинетического сечения для гелия при 0 °С составляет $2r = 2,18 \text{ \AA}$.

P5. Разряд при высоком давлении газа называется "дугой", поскольку светящийся плазменный шнур имеет изогнутую форму. В какую сторону и почему он изогнут?

P6. В трубке диаметром $D = 5$ см горит разряд в азоте при давлении 1 Торр. Найти длину свободного пробега молекул и сопоставить ее с диаметром разрядной трубки. Выполнить аналогичное сравнение для давления 1 мТорр. Оценить длину свободного пробега молекул в воздухе при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы азота принять равным $3,74 \text{ \AA}$.

P7. Исследуется газовый разряд, инициируемый импульсами с частотой $f = 10$ Гц в трубке диаметром $D = 0,5$ см при давлении 1 Торр и температуре 300 К в азоте. Можно ли моделировать физико-химические процессы в разряде, не учитывая гибель частиц на стенках сосуда?

P8. Свечение молекул N_2 происходит в результате релаксации ударного возбуждения согласно схеме:



Время жизни возбужденного состояния N^*_2 составляет 10^{-8} с, температура поступательного движения равна 3000 К. Определить минимальное давление, ниже которого определение температуры методом обращения спектральной линии будет давать искаженные результаты.

P9. Почему не удастся сразу после выключения зажечь ртутную лампу и ее необходимо предварительно охладить (или значительно поднять напряжение питания)?

P10. Получить зависимость коэффициента динамической вязкости газа от давления и от температуры.

P11. Для измерения вязкости азота определяется постоянная скорость падения u мелких шариков в газообразном азоте. Диаметр шариков $2r$ составляет 0,2 мм, плотность $\rho = 0,7 \text{ г/см}^3$. Средняя величина измеренной скорости падения $u = 0,87 \text{ м/с}$. Определить вязкость η , а из последней – диаметр эффективного сечения молекулы азота. Температура при измерениях составляет 20°C .

P12. Вычислить вязкость CO_2 при 0°C ($2r = 4,6 \text{ \AA}$).

P13. Какой из газов CO_2 или C_3H_8 будет иметь меньшую вязкость при комнатной температуре?

P14. Вязкость воздуха при 20°C составляет $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$. Вычислить, какой наибольший диаметр должны иметь взвешенные в воздухе шарики с плотностью $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, чтобы скорость их падения не превышала $0,1 \text{ м/с}$.

P15. Горизонтальный диск радиуса R и массы m подвешен в атмосфере некоторого газа на упругой нити с модулем кручения f на расстоянии h ($h \ll R$) от горизонтальной неподвижной поверхности. Найти коэффициент внутреннего трения η в газе по результатам измерения логарифмического декремента затухания d крутильных колебаний.

P16. Оценить радиус R алюминиевой частицы, взвешенной в жидкости с плотностью 1 г/см^3 и вязкостью 1 Пз ,

для которой скорость вязкого падения сравнивается со скоростью ее теплового движения при комнатной температуре. Будут ли выпадать в осадок такие частицы в алюминиевой краске?

P17. Два сосуда с газом при различной температуре соединены через тонкую диафрагму. Для плотных газов условие равновесия $P_1 = P_2$. Получить условие равновесия при высоком вакууме и объяснить полученный результат, называемый «тепловой транспирацией».

P18. Сосуды объемами $V_1 = 1$ л и $V_2 = 2$ л, в которых содержится воздух, соединены малым отверстием. При комнатной температуре давление воздуха составляет $P_0 = 10^{-4}$ Торр. Какие давления будут в сосудах, если первый из них нагреть до 300°C ?

P19. Манометр, находящийся при комнатной температуре, соединен трубкой длины L с измеряемым объемом газа. Измеряемое давление соответствует выполнению условия $\lambda \gg L$. Оценить, как будут соотноситься показания манометра с истинным давлением в сосуде, если температура в нем а) 77 K , б) 2000 K .

P20. Идеальный газ, поляризуемость молекул которого $\alpha = 4 \cdot 10^{-30}\text{ м}^3$, находится в большом сосуде при температуре $T = 300\text{ K}$. В сосуде находится плоский заряженный конденсатор с напряженностью поля $E = 3 \cdot 10^6\text{ В/м}$. Найти относительную разность концентраций молекул в конденсаторе и вне его.

P21. Трубка диаметром 1 см обернута спиралью так, что температура в сечении 1 составляет 100°C . Оценить, в каком случае быстрее повысится температура в сечении 2, расположенном на расстоянии 30 см от сечения 1 в воздухе: при давлении 1 Торр или при 1 атм?

P22. Для широкого диапазона давлений качественно изобразить зависимость коэффициента теплопроводности газа от давления.

P23. Оценить минимальное давление, при котором измерения тепловыми вакууметрами становятся невозможными из-за потерь на излучение. Считать нить вольфрамовой с коэффициентом серости $\varepsilon = 0,5$. Удельное электрическое сопротивление вольфрама $0,055 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$, температурный коэффициент $4,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Радиус нити равен $0,5 \text{ мм}$, длина 5 см .

P24. Оценить нижний предел давления, которое может быть измерено термопарным манометром. Нить лампы – платиновая проволока: $S = 0,1 \text{ мм}^2$, $L = 10 \text{ см}$, $\rho = 2,1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Температура стенки лампы комнатная, ток $I = 100 \text{ мА}$.

P25. Оценить верхний предел измерения давления тепловым вакууметром.

P26. Какова разница истинных давлений воздуха и гелия при одном и том же показании теплового вакуумметра. Теплоемкости воздуха и гелия при постоянном объеме равны 720 и $3161 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ соответственно.

P27. Оценить минимальное давление, которое можно измерить с погрешностью 10% ртутным и масляным манометрами при различных способах отсчета уровня: линейкой и интерференционным способом. Плотности ртути и масла ВМ-3 составляют $13,6 \text{ г}/\text{см}^3$ и $0,85 \text{ г}/\text{см}^3$ соответственно.

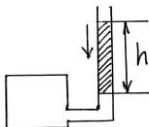
P28. Оценить минимальное давление, которое может быть измерено с помощью манометра Мак-Леода, если объем сосуда равен $0,7 \text{ л}$, диаметр капилляра 2 мм .

P29. Оценить верхний и нижний пределы давления, измеряемого ионизационным вакууметром в сосуде диаметром 10 см. Принять ток электронов с катода равным 5 мА.

P30. При каком вакууме поверхность металла будет оставаться “чистой” в течение 1 часа? Считать, что поверхность “чистая”, если ее заполнение кислородом не превышает $\theta = 0,5$ монослоя. Концентрация атомов металла на поверхности $\rho = 10^{15} \text{ см}^{-2}$, коэффициент прилипания молекулы O_2 - $\alpha = 0,5$.

P31. В широком диапазоне давлений качественно изобразить зависимость пропускной способности трубы от давления газа.

P32. Газообразный гелий вытекает в вакуум через отверстие площади $S = 0,1 \text{ мм}^2$ из тонкостенного сосуда, в котором давление и температура поддерживаются равными $P = 10^{-6} \text{ атм}$, $T = 273 \text{ К}$. Экспериментально измеряется полное число атомов N , вышедших через отверстие за интервал времени $t = 10^{-3} \text{ с}$. Найти относительную среднеквадратичную флуктуацию этого числа. Найти вероятность того, что при одном из измерений число вышедших атомов будет равно нулю.



P33. При опрессовке вакуумной камеры с помощью столба ртути высотой h от 50 до 500 мм (см. рис.) обнаружено, что скорость движения столба постоянна. Считая стенки камеры тонкими, определить максимальный размер дефекта, имеющегося в стенке камеры.

P34. В природных месторождениях содержание изотопов ^{235}U и ^{238}U составляет 0,72% и 99,27% соответственно. Для разделения изотопов урана летучее соединение UF_6 пропускают через капилляры диаметром 10 мкм. Определить оптимальное давление проведения процесса разделения при комнатной температуре и необходимое число разделительных каскадов, если изотопное соотношение на выходе должно быть 50/50%.

P35. В эксперименте используется стеклянная колба емкостью 1 л, которая содержит азот при комнатной температуре и атмосферном давлении. Колба помещена в вакуумированный объем. Экспериментатор не знает, что в колбе имеется дырка размером порядка 10^{-5} см. Оценить время, в течение которого 1% азота выйдет в окружающий вакуум.

P36. Полагая, что быстрота действия насоса S постоянна, определить время откачки системы без натекания от давления P_1 до давления P_2 . Насос подключен к объему V напрямую.



P37. Во сколько раз увеличится/уменьшится скорость откачки, если вместо трубы диаметром d и длиной l использовать Y-образную сборку, составленную из одинаковых трубок (см. рис.)? Не производя вычислений, получить ответ по аналогии в случае, когда откачная трубка разветвляется на 4 одинаковых патрубка.

P38. Экспериментатор соединил последовательно два участка трубопровода: первый с пропускной способностью 5 л/с, второй - с пропускной способностью 0,5 л/с. Рассчитать проводимость получившегося трубопровода.

P39. Из рабочей камеры ускорителя откачивается воздух при давлении 10^{-4} Торр и температуре 300 К через трубопровод длины $l = 2$ м и радиуса $R = 10$ см. Насос имеет производительность $S_1 = 1000$ л/с. При какой производительности S будет обеспечена такая же скорость откачки, если насос присоединен непосредственно к откачиваемому объему?

P40. В двух случаях определить давление, которое установится в сосуде емкостью 5 литров, откачиваемом вакуумным насосом производительностью 3 л/мин. В месте присоединения насоса вакуумное уплотнение толщиной 2 мм имеет дефект, эквивалентный отверстию диаметром 1 мкм; а) насос присоединен непосредственно к вакуумной камере; б) насос соединяется с камерой трубой диаметром 1 см длиной 1 м.

P41. Сосуд через длинную трубку откачивается высоковакуумным насосом. Из-за наличия течей давление в сосуде после длительной откачки устанавливается на уровне, при котором длина свободного пробега $\lambda \gg d$, где d – диаметр трубки. Как изменится предельный вакуум, если диаметр трубки уменьшить вдвое?

P42. Скорость откачки лабораторного форвакуумного насоса составляет 5 л/с. Для подключения насоса к вакуумной системе используется гибкий шланг с внутренним диаметром 1 см и длиной 10 м. Определить, чем будет лимитироваться откачка сосуда: пропускной способностью трубопровода или быстротой откачки насоса. Определить давление на выходе из откачиваемого объема, если давление на входе в насос составляет 10^{-2} Торр.

P43. Скорость откачки лабораторного форвакуумного насоса составляет 1 л/с. Для подключения насоса к вакуумной системе используется гибкий шланг с внутренним диаметром

5 см и длиной 1 м. Определить, чем будет лимитироваться откачка сосуда: проводимостью трубопровода или скоростью откачки насоса. Определить давление на выходе из откачиваемого объема, если давление на входе в насос составляет 10^{-2} Торр.

P44. Оценить время откачки объема $V = 5$ л при помощи насоса с производительностью $S = 1$ л/с через трубопровод длиной $L = 1$ м диаметром $d = 0,5$ см от атмосферного давления до 1 Торр и от 1 Торр до 10^{-3} Торр. Предельное остаточное давление насоса 10^{-3} Торр.

P45. Оценить, при каком диаметре трубопровода длиной $L = 1$ м скорость откачки воздуха при 20°C в диапазоне давлений $1 \div 10$ Торр насосом с производительностью $S = 5$ л/с уменьшается десятикратно.

P46. Рассчитать время откачки воздуха из вакуумного объема 3 л от атмосферного давления до $5 \cdot 10^{-3}$ Торр через цилиндрический трубопровод длиной 3 м и диаметром 3 см, если суммарное газовыделение со стенок разрядной камеры постоянно и равно $2,43 \cdot 10^{-4}$ м³·Па/с. Вязкость воздуха $18 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

P47. До какого предельного давления можно откачать вакуумную систему, если быстродействие насоса много больше пропускной способности трубопровода, соединяющего насос с откачиваемым объемом, а в объем происходит натекание через отверстие диаметром 0,001 мм. Трубопровод имеет длину $L = 1$ м, диаметр $d = 1$ см. Предельное остаточное давление насоса 10^{-3} Торр.

P48. Определить глубину модуляции давления в камере объемом V , которая откачивается со скоростью S , если в нее

поступает поток газа, модулированный по закону $g(t) = g(1 + \sin(\omega t))$.

P49. Полагая, что типичная производительность форвакуумного насоса равна 5 л/с, оценить, возможен ли турбулентный режим течения при откачке им трубопровода диаметром 1 см с азотом от атмосферного давления до 10^{-3} Торр. Вязкость азота $17,9 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

P50. Определить минимальное давление, до которого может быть откачан сосуд объемом 5 л с помощью масляного насоса при комнатной температуре и при температуре жидкого азота. Температура кипения масла при атмосферном давлении 300 °С. Прокомментировать полученные величины.

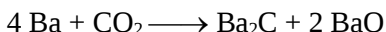
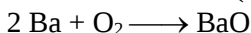
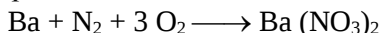
P51. Определить давление, которое будет достигнуто в сосуде объемом 5 л при скорости откачки 1 л/с с помощью ртутного насоса при комнатной температуре, если температура кипения ртути при атмосферном давлении 356,7 °С, теплота испарения ртути 59,2 кДж/моль. Учесть, что при откачке происходит диффузионное натекание воздуха через слой ртути толщиной 1 см сечением 1 см² (коэффициент диффузии воздуха в ртути 10^{-5} см²/с).

P52. Давление в газовой фазе в замкнутом сосуде изменяется в результате следующих процессов: а) откачка форвакуумным насосом, в) протекание мономолекулярной реакции разложения сложной молекулы на две, с) протекание бимолекулярной реакции образования сложной молекулы. Оценить требуемое быстродействие измерительных систем, пригодных для контроля скоростей процессов а), в) и с) при различных давлениях и температурах. Возможными тепловыми эффектами химических реакций пренебречь.

P53. Оценить пространственный масштаб неоднородности давления газа, возникающей а) при откачке замкнутой

емкости форвакуумным насосом, *в*) при инициировании в лабораторном реакторе мономолекулярной химической реакции, *с*) при инициировании в объеме бимолекулярной газовой реакции.

P54. Действие щелочно-земельных металлов (например, Ba) в качестве геттеров основано на связывании компонентов воздуха в виде нелетучих солей, карбидов и окислов в результате следующих реакций:



В объеме 1 л насосом создан вакуум 1 мм рт. ст. Как изменится давление после распыления 1,37 мг бария (атомная масса Ba равна 37,3).

P55. Для удаления адсорбированного на стенках газа проводили откачку стеклянного сосуда при температуре 200 °С. Обнаружено, что количество адсорбированного газа уменьшилось в 1000 раз после 3 часов откачки. Оценить энергию адсорбции газа на поверхности.

P56. Предлагается способ получения натрия в вакууме, состоящий в том, что вакуумную лампу с вольфрамовой нитью помещают в ванну с расплавленной натриевой селитрой и ведут электролиз через стекло, содержащее ионы Na. Найти оптимальную температуру процесса, если температура плавления NaNO_3 равна 306 °С, плотность селитры 2,26 г/см³, температурная зависимость коэффициента диффузии Na^+ в стекле дается выражением

$$3,5 \cdot 10^{-6} (\text{см}^2/\text{с}) \cdot \exp(-81,2 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1} / kT),$$

постоянная Ричардсона B и работа выхода электрона A из вольфрама равны соответственно $B = 60 \text{ А}/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)$, $A = 4,53 \text{ эВ}$.

ТЕМПЕРАТУРА

Основные соотношения

Контактная разность потенциалов $\Delta\varphi$ на границе двух металлов:

$$\Delta\varphi = \frac{A_2 - A_1}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1},$$

где A_i - работа выхода электрона из металла, n_i -концентрация свободных электронов в металле, e -элементарный заряд.

Термоэлектродвижущая сила E :

$$E = \frac{k}{e} (T_2 - T_1) \ln \frac{n_2}{n_1}.$$

Плотность тока насыщения j *термоэлектронной эмиссии* (формула Ричардсона):

$$j = BT^2 \exp[-A/(kT)],$$

где B [$A/(m^2 \cdot K^2)$]- постоянная Ричардсона.

Закон распределения Планка для излучения абсолютно черного тела: плотность энергии U в интервале $d\lambda$ (или dv) при длине волны λ (или на частоте ν):

$$dU(\lambda) = u_\lambda \cdot d\lambda, \quad dU(\nu) = u_\nu \cdot d\nu,$$

$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}, \quad u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}.$$

Размерности $[u_\lambda] = \text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{м})$, $[u_\nu] = \text{Дж} \cdot \text{с}/\text{м}^3$

Испускательной способностью абсолютно черного тела ε называется энергия излучения, испускаемая единицей его поверхности в единицу времени:

$$\varepsilon_\lambda = u_\lambda \cdot c/4, \quad \varepsilon_\nu = u_\nu \cdot c/4.$$

Следствием закона Планка являются:

Закон излучения Вина (высокочастотный предел распределения при $h\nu \gg kT$): $u_\nu \approx (8\pi\nu^2/c^3) \cdot \exp(-h\nu/kT)$.

Закон Релея-Джинса (низкочастотный предел распределения при $vh \ll kT$): $u_\nu \approx 8\pi\nu^2 kT/c^3$.

Закон Стефана-Больцмана (пропорциональность полной энергии U и излучательной способности $\sim T^4$):

$$\varepsilon = \int_0^\infty \varepsilon_\nu d\nu = \sigma \cdot T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

Закон смещения Вина: $\lambda_{\max} = A/T$, $A = 2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}$.

Поглощательная способность a (на длине волны λ):

$$a_\lambda = \frac{dE_\lambda^{\text{погл}}}{dE_\lambda^{\text{изл}}},$$

где dE - поглощенная и падающая на поверхность энергия в узком спектральном интервале. Излучательная способность любого тела ε_λ^* пропорциональна его поглощательной способности (закон Кирхгофа):

$$\frac{\varepsilon_\lambda^*}{a_\lambda} = \varepsilon_\lambda(a_{\text{чт}}),$$

где $\varepsilon_\lambda(a_{\text{чт}})$ -поглощательная способность абсолютно черного тела. Из последнего соотношения следует $a_\lambda = \varepsilon_\lambda^*/\varepsilon_\lambda$. Для абсолютно черного тела $a_\lambda = 1$ на всех длинах волн.

Радиус экранирования Дебая h в плазме с электронной температурой T_e и ионной температурой T_i :

$$h = \sqrt{\frac{kT_e T_i}{4\pi n_0 e^2 (T_e + T_i)}},$$

где n_0 -концентрация нейтральных частиц.

Уравнение Саха выражает константу равновесия для процесса термической ионизации $A \leftrightarrow A^+ + e^-$:

$$\frac{n_+ \cdot n_e}{n_0} = \frac{Z_+}{Z_0} \cdot \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \cdot \exp\left(-\frac{J_e}{kT}\right),$$

где n_+ , n_e , n_0 - концентрации ионов, электронов и нейтральных частиц соответственно, Z - статистические суммы, J_e - энергия ионизации.

Доплеровское уширение $\Delta\nu$ спектральной линии, максимум которой наблюдается на частоте $\nu_{\max}$:

$$\Delta\nu = 7,163 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot \nu_{\max}.$$

Столкновительное уширение $\Delta\nu$ связано с временем свободного пробега частицы τ :

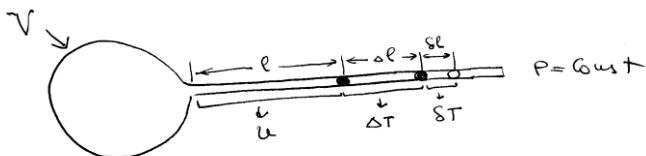
$$\Delta\nu \cong \frac{2}{\tau}.$$

Задачи

T1. В сосуде с гелием объема V выделен малый объем $v \ll V$, в котором измеряются флуктуации температуры. При какой величине v среднеквадратичная флуктуация температуры составляет 10⁴%. Гелий находится при нормальных условиях.

T2. Оценить ошибку в измерении температуры ртутным термометром, возникающую из-за пренебрежения тепловым расширением стеклянного капилляра. Коэффициенты теплового расширения стекла и ртути равны соответственно $\alpha_{\text{стекла}} = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ и $\alpha_{\text{Hg}} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

T3. При измерении медицинский термометр фиксирует наибольшую температуру (так называемый "максимальный термометр"). Предложить наиболее простую конструкцию максимального термометра и объяснить необходимость его встряхивания перед измерением.



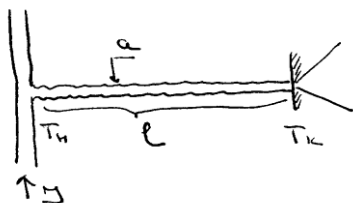
T4. Определить относительную погрешность $\delta T/\Delta T$ при измерении температуры газовым термометром, обусловленную тепловым расширением стенок термометра. Отношение коэффициентов теплового расширения стенок термометра и газа $\chi_r/\chi_t = a$ ($a \gg 1$). Объем колбы V , объем измерительной части трубки v , длина ее l , внешнее давление $P = \text{const}$. Оценить зависимость $\delta T/\Delta T = f(\Delta l/l, \Delta v/V, a)$.

T5. Вычислить термоЭДС (термосилу), возникающую между концами полупроводника, находящимися при различной температуре вблизи комнатной. Подвижны носители только одного знака, ширина запрещенной зоны 0,4 эВ.

T6. Определить минимальное время, за которое можно измерить температуру воздуха при давлении 10^{-4} Торр с однопроцентной точностью термометром сопротивления (платиновая нить диаметром 20 мкм). Теплоемкость платины 0,16 Дж/(г·К)

T7. Хромель-алюмелевой термопарой диаметром 0,1 мм и длиной 1 м в воздушной среде измеряют температуру в диапазоне 500 К, используя для регистрации вольтметр с входным сопротивлением 10 кОм. Оценить ошибки измерений, обусловленные конечной теплопроводностью воздуха и термопары, тепловым излучением, наличием вольтметра. Указать основной источник ошибок. Теплопроводность воздуха $4 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К), теплопроводности хромеля и алюмеля можно считать одинаковыми и равными 35 Вт/(м·К), удельное электрическое сопротивление термопары $5 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, коэффициент неполноты излучения металла принять 0,85.

T8. Определить относительную погрешность измерения температуры нити накаливания в термопарной вакуумметрической лампе, связанную с локальным охлаждением нити в точке прикрепления термопары. Теплопроводность нити и термопарных проводов считать равными, диаметр нити и эффективный диаметр сплетенной «косички» считать равными a . Длина термопары l . Для простоты полагать, что $T_{\text{нити}} \gg T_{\text{комн.}}$.



T9. Большой сосуд Дьюара для хранения жидкого кислорода можно рассматривать как сферическую емкость с внутренним диаметром 1 м и наружным 1,2 м. Считая стенки сосуда абсолютно черными, определить скорость потери жидкого кислорода. Как изменится эта скорость, если а) промежуток заполнить воздухом; б) между стенками поместить экран из тонкого листа меди? Коэффициент отражения меди равен 0,98, теплота испарения кислорода $2,4 \cdot 10^9$ эрг/г, теплопроводность азота $9,58$ Вт/(м·К).

T10. Плоская пластина, имеющая температуру T_1 , расположена параллельно второй такой же пластине, имеющей температуру T_2 . Качественно изобразить распределение молекул газа по скоростям в пространстве между пластинами в случае а) низкого вакуума, б) высокого вакуума.

T11. Линза с относительным отверстием 1:3,5 собирает солнечный свет на поверхности черного шарика, помещенного в вакууме. До какой температуры может нагреться шарик, диаметр которого равен диаметру изображения Солнца, если Солнце видно с Земли под углом $0,01$ рад и солнечная постоянная равна $0,14$ Вт/см²?

T12. В литературе описано устройство, способное концентрировать наземный солнечный свет в 56000 раз. Оценить а) эффективную температуру в фокусе устройства; б) максимальную температуру, которая может быть достигнута в устройствах такого рода. Земная атмосфера ослабляет поток солнечного излучения на 43%, солнечная постоянная равна 1370 Вт/м².

T13. Никелевый электрод нагрет до $T = 1600$ К. Чему равен ток электронов, испускаемых поверхностью $\Delta A = 1$ см².

T14. Максимум излучения Солнца приходится на 500 нм. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определить температуру поверхности светила.

T15. Солнечная постоянная (поток энергии солнечного излучения, падающий на единицу поверхности за пределами земной атмосферы) равна 1369 ± 14 Вт/м². Определить температуру поверхности, если радиус Солнца $7 \cdot 10^{10}$ см.

T16. Чему равно число фотонов с частотой в интервале от $\nu = 5,15 \cdot 10^{14}$ до $\nu + d\nu = 5,2 \cdot 10^{14}$ Гц при $T = 3000$ К в полости объемом $V = 1$ м³?

T17. Определить энергию излучения, приходящуюся на фотоны с частотами от $5,15 \cdot 10^{14}$ до $5,2 \cdot 10^{14}$ Гц при $T = 3000$ К в полости объемом $V = 1$ м³?

T18. В полости объемом $V = 1000 \text{ м}^3$ температура составляет 1000 К . Вычислить свободную энергию F , энтропию S и внутреннюю энергию E поля излучения. Чему равно давление излучения? Найти энергию Гиббса G и химический потенциал μ .

T19. При какой концентрации молекул газа газокинетическое давление при температуре 100 К равно давлению равновесного теплового излучения при той же температуре?

T20. Температура плавления вольфрама 3420°С . Источник с какой интенсивностью излучения может быть изготовлен на основе лампы накаливания для ближней УФ и ближней ИК областей спектра. Увеличит ли яркость источника использование галогенового цикла?

T21. Металлическая пластина площадью $A = 40 \text{ м}^2$ с поглощательной способностью $\varepsilon = 0,7$ имеет температуру $T = 900 \text{ К}$. На расстоянии $r = 500 \text{ м}$ от нее в направлении, составляющем угол $\vartheta = 60^\circ$ к нормали к поверхности A , находится стеклянная пластина площадью $A_1 = 25 \text{ м}^2$ с поглощательной способностью $\varepsilon_1 = 0,90$. Плоскости A и A_1 параллельны друг другу. Чему равна энергия излучения, падающего за 1 час с металлической пластины на стеклянную?

T22. Солнце испускает спектральную линию при $677,4 \text{ нм}$, которая отождествлена с переходом в высокоионизованном ^{57}Fe ; ширина линии $0,0053 \text{ нм}$. Какова температура на поверхности Солнца?

T23. Доплеровское уширение линии He в плазме составляет $0,12 \text{ \AA}$. Определить температуру нейтральных частиц.

T24. D-линия натрия (дублет с длиной волны 589 нм), испускаемая натриевой лампой, исследовалась на спектраль-

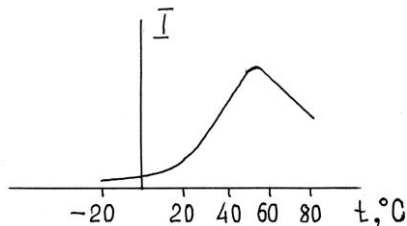
ном приборе с высоким разрешением. Полуширина каждой линии оказалась равной $0,04 \text{ \AA}$. Определить температуру паров натрия, полагая уширение исключительно доплеровским.

T25. Разность энергий между основным и возбужденным состояниями в молекуле N_2 составляет 3 эВ , время жизни возбужденного состояния равно 10^{-8} с . Можно ли использовать доплеровское уширение спектральной линии, отвечающей переходу из возбужденного в основное состояние, для измерения температуры молекул N_2 в области 2000 К ?

T26. При температуре 300 К найти давление, при котором столкновительное уширение линии азота ($\lambda = 589,3 \text{ нм}$) превысит доплеровское.

T27. Давление водорода поддерживается неизменным на уровне 1 Торр . Найти температуру, при которой доплеровское уширение водородной линии $486,1 \text{ нм}$ станет равно ударному. Какова будет наблюдаемая ширина линии при найденных условиях?

T28. Светоотдача люминесцентной лампы, заполненной парами ртути, имеет максимум при температуре $\sim 50^\circ \text{C}$ (см. рис). Качественно объяснить наблюдаемую закономерность.



T29. В инструкции по использованию ксеноновой газоразрядной лампы высокого давления рекомендуется при ра-

боте располагать цилиндрическую лампу вертикально катодом вверх. Почему?

Т30. Какова величина показателя адиабаты для воздуха, если измерение расстояния между узлами пылевых фигур в трубке Кундта дает значение $l = 6,8$ см. Частота и температура равны соответственно 2500 Гц и 12°C . Относительную молекулярную массу воздуха принять равной $M_r = 29$.

Т31. Вычислить скорость звука в воздухе при -50°C и $+50^\circ\text{C}$. Для показателя адиабаты в обоих случаях принять величину, равную теоретическому значению для жесткой молекулы, а относительную молекулярную массу воздуха считать равной $M_r = 29$. Какая скорость звука получится, согласно классической статистике, для водорода при 300 К?

Т32. Измеренная величина скорости звука в закиси азота составила 273 м/с. Найти температуру газа в процессе измерений.

Т33. В ударной волне нагревание газа происходит настолько быстро, что первоначальное нагревание от исходной температуры T_0 до высокой температуры T_1 происходит лишь по поступательным и вращательным степеням свободы. После этого постепенно возбуждаются колебательные степени свободы (этот процесс называется «колебательной релаксацией»). Найти температуру двухатомного газа T_2 после колебательной релаксации и изменение энтропии моля газа при релаксации в условиях, когда $kT_1 \gg \hbar\omega$ и $kT_0 \leq \hbar\omega$ (ω - частота внутримолекулярных колебаний). Считать, что релаксация происходит при постоянном давлении и в условиях тепловой изоляции.

Т34. Зная, что средняя длина свободного пробега однозарядного иона ^{40}Ar в некотором газе $\lambda = 10^{-5}$ см, приближенно найти среднюю дрейфовую скорость v движения иона в

этом газе под действием однородного электрического поля с напряженностью $E = 300$ В/см. Температура газа комнатная.

Т35. Определить минимальную температуру ионов, которая может быть измерена методом отклоняющего конденсатора при следующих параметрах устройства: длина пути ионов от конденсатора до детектора 100 см, энергия ионов после ускорения 2 кэВ, ширина щелей источника и детектора 0,1 мм. Измеримым считается ток, не меньший 5% от максимального.

Т36. Определить превышение электронной температуры над ионной в азотной плазме при $T_i = 6000$ К в электрическом поле 300 В/см. Длина свободного пробега электронов 10^{-5} см.

Т37. В газовом разряде при давлении 1 Торр происходит химическая реакция $A + A \rightarrow B + C$. Температура молекул A , имеющих относительную массу 40, равна 1000 К. Можно ли при расчете кинетики химического процесса пользоваться распределением Максвелла? При каком давлении использование максвелловского распределения станет неверным?

Т38. В результате импульсного разряда конденсатора через разреженный газообразный водород происходит нагревание газа до температуры T . Оценить величину T , предполагая, что вся энергия разряда пошла на нагревание газа. Указать возможные причины понижения температуры. Получить числовые оценки для $U = 3 \cdot 10^4$ В, $C = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Ф, полагая, что до разряда водород находился при комнатной температуре и занимал объем $V = 10^{-2}$ м³ при давлении $P = 1,29$ Н/м². Оценить, насколько нагрелись бы обкладки конденсатора, если бы вся энергия разряда пошла на их нагревание. Удельная теплоемкость меди $c = 4,2 \cdot 10^2$ Дж/(К·кг), масса обкладок $m = 0,1$ кг.

Т39. Для создания плазменного шнура, применяемого для обработки материалов, в качестве рабочего газа используется гелий при температуре $T = 20\,000\text{ К}$. Найти степень ионизации газа и долю двукратно ионизованных атомов. Потенциал ионизации составляет при однократной ионизации $I_1 = 34,48\text{ В}$, при двукратной ионизации $I_2 = 56,16\text{ В}$.

Т40. Чему равна степень ионизации аргона при $T = 14\,000\text{ К}$, если давление составляет 5 атм ? Потенциал ионизации аргона равен $15,58\text{ В}$. Определить относительную концентрацию двукратно ионизованных атомов аргона, если энергия связи второго электрона равна $27,64\text{ эВ}$.

Т41. Найти относительную концентрацию диссоциированного водорода при $T = 5000\text{ К}$ и давлении $P = 10\text{ атм}$. Как изменится эта величина, если давление увеличить от 10 до 100 атм ?

Т42. Спектроскопические измерения дают для константы ангармонизма кислорода значение $x = 0,00965$, для частоты внутримолекулярных колебаний – значение $\omega_0 = 2,98 \cdot 10^{14}\text{ с}^{-1}$. Найти энергию диссоциации ε_D . При какой температуре степень диссоциации молекул кислорода станет равной $0,5$?

Т43. Определить дебаевский радиус экранирования для нейтральной в целом плазмы с концентрацией электронов $n_e = 10^{24}\text{ м}^{-3}$ при температуре 10^7 К .

Т44. Раствор поваренной соли содержит 5 г NaCl на 1 л воды. Определить радиус Дебая и исследовать влияние заряженной частицы на ее окружение.

Т45. Чему равен дебаевский радиус для раствора, содержащего 8 г/л NaCl и 30 г/л CaCl_2 при температуре $20\text{ }^\circ\text{C}$?

T46. По длинному плазменному цилиндру радиуса $R = 5$ см течет ток $J = 10^5$ А, сосредоточенный в поверхностном слое. Давление в плазме $P = 10^5$ Н/м². Определить силу, действующую на единицу площади боковой поверхности плазменного цилиндра. Сжимается плазма или расширяется? Найти величину тока, необходимого для того, чтобы радиальные силы уравновешивались.

ИЗЛУЧЕНИЕ

Основные соотношения

Соотношение неопределенностей:

$$\Delta E \cdot \tau \sim \hbar.$$

Внешний фотоэффект описывается уравнением Эйнштейна:

$$h\nu = A + W_{\max},$$

где $h\nu$ - энергия поглощенного кванта, A - работа выхода электрона, $W_{\max}$ - максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Квантовый выход Y фотоэлектронной эмиссии:

$$Y = F/N_e,$$

где F - число поглощенных квантов, N_e - число эмиттированных электронов.

Коэффициент усиления ФЭУ G :

$$G = J_{an} / J_{cat}$$

где J_{an} и J_{cat} - анодный и катодный токи соответственно.

Плотность тока насыщения j термоэлектронной эмиссии (формула Ричардсона):

$$j = BT^2 \exp[-A/(kT)]$$

где $B [A/(m^2 \cdot K^2)]$ - постоянная Ричардсона.

Собственная электропроводность σ полупроводников:

$$\sigma = \sigma_0 \exp [\Delta E/(kT)],$$

где σ_0 - характеристика данного вещества, ΔE - ширина запрещенной зоны.

Коэффициенты Эйнштейна A и B для спонтанного и вынужденного переходов. Рассматривается двухуровневая система (уровни i и k) в равновесии с тепловым излучением. Система может спонтанно переходить из верхнего состояния k в нижнее i , скорость такого перехода (это определение коэффициента A) равна $(n_k \cdot A)$, где n_k - заселенность уровня k . Возможны переходы, зависящие от плотности излучения u_ν на частоте перехода ν ($\nu = \Delta E/h$, ΔE – разность энергий состояний i и k) – это индуцированные излучением переходы. Скорость поглощательного перехода ($i \rightarrow k$) равна $(n_i \cdot B_{ik} \cdot u_\nu)$, скорость испускательного перехода ($k \rightarrow i$) равна $(n_k \cdot B_{ki} \cdot u_\nu)$ – это определение коэффициентов B_{ik} и B_{ki} . Один из фундаментальных физических постулатов – «принцип детального равновесия» - утверждает: $B_{ik} = B_{ki}$. Обозначим $B_{ik} = B_{ki} \equiv B$. В равновесии скорость всех процессов ($i \rightarrow k$) должна равняться скорости всех процессов ($k \rightarrow i$), следовательно,

$$n_i \cdot B \cdot u_\nu = n_k \cdot B \cdot u_\nu + n_k \cdot A.$$

В равновесии величины n_i и n_k связаны распределением Больцмана $n_k = n_i \exp(-h\nu/kT)$, отсюда для A и B получается соотношение $A/B = u_\nu \cdot [\exp(h\nu/kT) - 1]$. Если спектральную плотность излучения u_ν подставить из формулы Планка, получим $A = 8\pi h(\nu/c)^3 \cdot B$. Для вычисления коэффициента B используют теорию зависящих от времени возмущений, откуда для электрических дипольных переходов $B = d^2/6\epsilon_0 \hbar^2$ (d - величина электрического диполя перехода между состояниями i и k).

Задачи

11. Работа выхода электрона из кислородо-серебряно-цезиевого фотокатода составляет $A = 0,75$ эВ. Можно ли таким приемником зарегистрировать излучение с длиной волны $\lambda = 2,5$ мкм?

12. Фотокатод освещается светом ртутной лампы с длиной волны 254 нм. При подаче на анод запирающего напря-

жения 2,5 В электронный ток полностью подавляется. Определить работу выхода электрона из материала фотокатода.

13. Ширина запрещенной зоны в PbS составляет 0,37 эВ, а в Ge, легированном медью, – 0,04 эВ. Можно ли на основе этих материалов изготовить детектор излучения для видимой области? Каково будет отношение «сигнал/шум» при регистрации излучения $\lambda = 500$ нм с интенсивностью 1 Вт/см^2 детектором из PbS, имеющим комнатную температуру? Считать, что падающее излучение полностью поглощается полупроводником, квантовый выход образования носителей равен единице, а время жизни неравновесных носителей 10^{-5} с.

14. Оценить время отклика ФЭУ, имеющего 10 каскадов усиления. Расстояния между диодами, а также между диодом и фотокатодом считать равными 1 см, падение напряжения на каждом каскаде составляет 100 В.

15. Оценить коэффициент усиления ФЭУ, если темновой ток в анодной цепи составляет 10^{-9} А при комнатной температуре, фотокатод с площадью поверхности 1 см^2 изготовлен из оксидной пасты, характеризующейся работой выхода электрона 0,99 эВ и постоянной Ричардсона $B = 1,18 \text{ А/(см}^2 \cdot \text{К}^2)$.

16. Оценить минимальный поток квантов света, который может быть зарегистрирован ФЭУ при комнатной температуре. Фотокатод ФЭУ покрыт оксидным слоем (работа выхода электрона 0,99 эВ, постоянная Ричардсона $B = 1,18 \text{ А/(см}^2 \cdot \text{К}^2)$), квантовый выход фотоэлектронов составляет $\gamma = 10^{-3}$.

17. Найдено, что в 12-диодном фотоумножителе возникает анодный ток силой в среднем 0,92 мА в виде импульса с периодом 4,2 нс от каждого попавшего фотоэлектрона. Рассчитать фактор умножения диода.

18. Определить коэффициент усиления G и время пролета t электронов через фЭУ при условии, что в фЭУ 10 диодов, расположенных на расстоянии 5 мм друг от друга, падение напряжения на каждом последующем каскаде равно 300 В и коэффициент вторичной эмиссии равен 4.

19. В качестве обычных детекторов излучения при измерениях в видимой и УФ-областях спектра используют фотонные детекторы (например, фЭУ), тогда как в качестве датчиков в ИК-спектрофотометрах применяются термические детекторы, измеряющие тепловые эффекты, вызванные поглощением большого числа фотонов. Обосновать применение того и другого типа детекторов в соответствующей спектральной области.

110. Оценить минимальное число фотонов при длине волны 10 мкм, необходимое для обнаружения с помощью термистора со следующими характеристиками: приемник изготовлен из золота размером $1,0 \times 0,1 \times 0,005$ мм; термистор на 10 кОм (при 25°C), температурный коэффициент сопротивления 500 Ом/К . Минимальное измеряемое изменение сопротивления $\Delta R = 1 \text{ Ом}$. Теплоемкость золота $0,0308 \text{ кал/(г}\cdot\text{К)}$, а его плотность $19,32 \text{ г/см}^3$. Почему оценка является минимальной и какой процесс может значительно увеличить минимальное обнаружимое число фотонов? Оценить полосу пропускания ИК-спектрофотометра с таким датчиком.

111. Оценить квантовый выход свободных носителей заряда в полупроводнике с запрещенной зоной 2 эВ, освещаемом излучением с длиной волны 300 нм. Диэлектрическая проницаемость равна 3, подвижность носителей $1 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

112. При наблюдении излучения Na (длина волны 589 нм) с помощью интерферометра Майкельсона обнаружено исчезновение интерференционной картины при разности длин плеч 3 м. Определить ширину спектральной линии.

I13. Интерферометр Фабри-Перо состоит из двух плоских зеркал с коэффициентом отражения $R = 99\%$, расположенных на расстоянии 10 см друг от друга. На интерферометр падает плоская монохроматическая волна. Оценить ширину резонансной кривой (в МГц) и определить частотный интервал между соседними резонансами.

I14. В спектре Na наблюдается дублет с длинами волн 589,0/589,6 нм. Какую величину заведомо превышает время жизни возбужденного состояния Na?

I15. Определить естественное уширение линий $\Delta\lambda$ (в нанометрах) в видимом диапазоне спектра, если характерное время жизни возбужденного состояния равно 10^{-8} с.

I16. Найти давление, при котором столкновительное уширение в спектре молекулы NH_3 превысит радиационное при комнатной температуре.

I17. Определить ширину полосы частот для одного возможного неполяризованного колебания с частотой $3 \cdot 10^{22}$ Гц (верхний предел допустимых частот) в кубической полости со стороной $3 \cdot 10^{-15}$ м.

I18. Исходя из вида солнечного спектра, сделать вывод о том, является ли испускание света Солнцем периодическим или непериодическим процессом.

I19. Ртутная лампа низкого давления дает линейчатый спектр испускания, при высоком давлении спектр излучения лампы является практически непрерывным. Объяснить причины различия.

I20. Возбужденный атом с энергией возбуждения 1 эВ находится в поле равновесного излучения с температурой

300 К. Найти отношение вероятностей индуцированного и спонтанного излучения атома.

I21. Свет ртутной лампы сконцентрирован в пучок с поперечным сечением 1 см^2 и пропущен через образец, содержащий возбужденные атомы ртути. Каковы относительные скорости спонтанной и стимулированной эмиссии при 254 нм, если лампа имеет мощность 100 Вт?

I22. Определить межмодовое расстояние лазера с резонатором длиной 1 м, генерирующего излучение на длине волны 500 нм.

I23. При какой наибольшей длине резонатора He-Ne лазер ($\lambda = 632,8 \text{ нм}$) с шириной линии генерации 1 ГГц еще будет работать в одномодовом режиме?

I24. Какую минимальную длительность лазерного импульса можно получить, используя резонатор Фабри-Перо с коэффициентами отражения зеркал $R_1 = 1$, $R_2 = 0,85$ при длине резонатора 3 м?

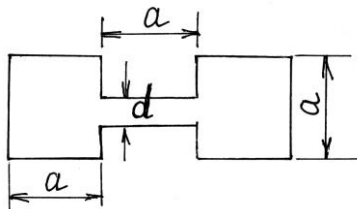
I25. Оценить, во сколько раз можно увеличить пиковую мощность генерации лазера методом синхронизации продольных мод по сравнению с режимом свободной генерации при тех же условиях накачки активной среды. Ширина линии генерации 200 см^{-1} , длина резонатора 1 м.

I26. При какой мощности лазерный луч диаметром 1 мм вызовет электрический пробой газа? Свободный пробег электронов в газе в условиях эксперимента равен 10^{-4} см , потенциал ионизации молекул газа 10 В.

I27. Одним из абсолютных методов определения энергии, излучаемой импульсным лазером, является измерение механического импульса, возникающего при отражении или

поглощению света твердой поверхностью. Для этой цели можно использовать крутильный баллистический маятник. Рассчитать период колебаний такого маятника с чувствительностью $\eta = 10 \text{ мм}/(\text{Дж}\cdot\text{м})$. Момент инерции маятника принять равным $I = 2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, а расстояние от оси вращения до отражающего зеркала $r = 50 \text{ мм}$. Вычислить диаметр D кварцевой нити подвеса длиной $l = 10 \text{ см}$, позволяющей обеспечить такую чувствительность. Модуль сдвига кварца $G = 10^{11} \text{ Н}/\text{м}^2$.

I28. Оценить резонансную частоту тороидального резонатора, используемого в клистронах, сечение которого изображено на рис. Считать, что центральная часть резонатора представляет собой конденсатор, через который протекает ток, а тороидальная полость заполнена магнитным полем этого тока. Размеры резонатора: $a = 10 \text{ см}$, $d = 1 \text{ см}$.



I29. Расстояние между щелями модулирующего и считывающего резонаторов клистрона $D = 5 \text{ см}$. Постоянная составляющая тока в нем $I = 300 \text{ мА}$. Каково должно быть напряжение на ускоряющем электроде, чтобы возникла генерация, если резонаторы настроены на частоту 10 ГГц ?

I30. Оценить коэффициент усиления за один проход лампы бегущей волны с длиной линии 10 см для излучения частоты 10 ГГц при следующих параметрах устройства: волновое сопротивление линии 100 Ом , плотность тока электронного пучка $1 \text{ А}/\text{см}^2$, ускоряющее напряжение 1 кВ .

I31. Оценить длину волны излучения межзвездного атомарного водорода в радиодиапазоне. Межзвездный водо-

род находится в основном состоянии, его излучение обусловлено переориентацией спина электрона.

I32. В цилиндрическом пропорциональном счетчике пучок частиц образует объемную ионизацию. Оценить время собирания ионов в таком счетчике, наполненном аргоном при нормальном давлении. Радиус катода $R = 1$ см, радиус анода $r = 2 \cdot 10^{-2}$ см, разность потенциалов между анодом и катодом $U = 2500$ В, подвижность положительных ионов аргона $\mu = 1,4$ см²(В·с).

I33. Показатель преломления плазмы для радиоволн с частотой 10 МГц равен 0,9. Найти концентрацию электронов в плазме, а также фазовую и групповую скорости радиоволн.