

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С.М. СТАРИКОВСКАЯ

**ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.
СЕМИНАРСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

1.4. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Учебное пособие

Москва 2005

С.М.Стариковская. Физические методы исследования. Семинарские занятия. 1.4. Методы измерения температуры: Учебное пособие. – М: изд-е МФТИ, 2005. - 37 с.
УДК 53.082

Данное учебное пособие является четвертым из цикла пяти пособий для семинарских занятий в первом семестре изучения курса “Физические методы исследования”. В цикле пособий рассмотрены наиболее типичные методы и принципы измерений, используемые в физических лабораториях, объяснены теоретические основы методов измерения, использующихся при изучении физико-химических систем. Первое пособие рассматривает принципы учета погрешностей измерений, второе – измерение электрических сигналов, третье – принципы измерения температуры, четвертое – давлений, и, наконец, пятое – измерение световых потоков, источники и приемники излучения. Каждая тема сопровождается разбором нескольких наиболее типичных задач и численных оценок. Цикл пособий предназначен для курса семинаров по физическим методам исследования, читаемому студентам 3 курса факультета молекулярной и биологической физики в 6 семестре.

Утверждено в качестве учебного пособия
на заседании кафедры молекулярной физики
24 мая 2002 г.

© Московский физико-технический институт
(государственный университет), 2003

Оглавление

1. Сведения из молекулярно-кинетической теории газов	4
2. Измерения температуры контактными методами	8
2.1. Термометры расширения	8
2.2. Термометры сопротивления	11
2.3. Термоэлектрические термометры	12
3. Оптические методы измерения температуры . .	15
3.1. Равновесное излучение	15
3.2. Закон смещения Вина	18
3.3. Закон Стефана–Больцмана	20
3.4. Принципы работы пирометров	22
3.4.1. Радиационные пирометры	22
3.4.2. Яркостные пирометры	24
3.4.3. Цветовые пирометры	26
4. Методы измерения температуры в неравновесных системах	28
4.1. Низкотемпературная неравновесная плазма . . .	28
4.2. Спектральные методы измерения температуры .	31
4.2.1. Температура тяжелых частиц. Доплеровское уширение линий	32
4.2.2. Измерение газовой температуры по анализу вращательной структуры спектров двухатомных молекул	35
4.2.3. Измерение электронной температуры по интенсивностям атомарных линий	36
5. Контрольные вопросы	38

1. Сведения из молекулярно-кинетической теории газов

Цель данного цикла семинаров – обсудить различные методы измерения температур. Говоря о температуре, мы говорим о термодинамической величине, являющейся мерой внутренней энергии некоторой системы, подчиняющейся законам статистики. Носителями внутренней энергии являются атомы и молекулы тела, энергия которых и определяет температуру системы. В частности, для газообразных тел средняя энергия поступательного движения $\langle E \rangle$ связана с температурой газа выражением

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 = \frac{3}{2} kT, \quad (1)$$

где k – постоянная Больцмана. В наиболее общем случае температура определяется как

$$\frac{1}{kT} = \frac{\partial \ln \Omega}{\partial E} = \frac{\partial S}{k \partial E}, \quad (2)$$

где $\Omega(E)$ – число доступных состояний системы в малом интервале энергий от E до $E + dE$, $S = k \ln \Omega$ – энтропия системы.

В реальных физических системах температура часто является одним из ключевых параметров в законах, описывающих эти системы. Действительно, температура входит как параметр

1. в закон распределения молекул по скоростям. Доля молекул, имеющих энергии в интервале от E до $E + dE$, равна (распределение Максвелла):

$$\frac{dN}{N} = \sqrt{\frac{E}{(2\pi kT)^3}} e^{-E/kT} dE; \quad (3)$$

2. в распределение Больцмана (закон, описывающий поведение молекул во внешнем поле, например в поле тяжести):

$$n(E) = n_0 e^{-E/kT} dE; \quad (4)$$

3. в уравнение состояния идеального газа:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \quad (5)$$

4. в закон Кюри, описывающий поведение с температурой магнитной восприимчивости парамагнитной соли μ :

$$\mu = \frac{\text{const}}{T}; \quad (6)$$

5. в уравнение Найквиста, определяющее интенсивность тепловых шумов на резистивном элементе электрической цепи:

$$\frac{dU^2}{d\nu} = \frac{4hR\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}; \quad (7)$$

6. в уравнение Саха, определяющее степень термической ионизации газа α (отношение ионизированных атомов к общему числу атомов):

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} = A \frac{g_i}{g_a} T^{3/2} e^{-E_i/kT}, \quad (8)$$

где $A = \text{const}$, g_i , g_a – статистические веса ионизованных и нейтральных атомов, E_i – энергия ионизации. Собственно, именно подобные зависимости и используются для определения температур в различных системах.

К примеру, в области температур ниже 4.2 К температуру измеряют так называемым магнитным термометром. Магнитный термометр представляет собой две катушки, встречно установленных вдоль оси соленоида. В одну из катушек устанавливают парамагнитный образец, что приводит к изменению индукции в зависимости от температуры образца. Принципиальным ограничением для такого термометра являются температуры, при которых элементарные магнитные моменты атомов начинают взаимодействовать друг с другом. Нижний предел измерения температур подобным устройством составляет около 10^{-2} К.

Температуру измеряют в градусах (по шкале Цельсия, Кельвина или Фаренгейта: $(T[{}^{\circ}\text{F}] = 32 + 1.8T[{}^{\circ}\text{C}])$). Часто высокие температуры бывает удобно измерять в эВ ($1 \text{ эВ} = 11610 \text{ К}$). Некоторые типичные температурные точки приведены ниже в Таблице 1. Изменение температуры может существенным образом влиять на свойства системы. Рассмотрим следующую задачу.

Таблица 1. Некоторые температурные точки

Температура поверхности Солнца	6500 К
Точка кипения вольфрама (W)	5800 К
Точка плавления вольфрама	3650 К
Точка кипения золота (Au)	3090 К
Точка плавления золота	1340 К
Точка кипения свинца (Pb)	2020 К
Точка плавления свинца	600 К
Точка кипения воды (H_2O)	373 К
Точка плавления льда	273 К
Точка кипения азота (N_2)	77 К
Точка плавления азота	63 К
Точка кипения водорода (H_2)	20.3 К
Точка плавления водорода	13.8 К
Точка кипения гелия (He)	4.2 К

Задача 1

Величина колебательного кванта для молекулы J_2 в состоянии $B^3\Pi_u$ составляет $\omega_e = 125 \text{ см}^{-1}$, для молекулы N_2 в состоянии $C^3\Pi_u - 2047 \text{ см}^{-1}$. Определить для каждой из молекул соотношение числа молекул на 0 и 1 колебательных уровнях при температурах 20°C и 80°C ($1 \text{ эВ} = 11610 = 8067 \text{ см}^{-1}$).

Решение

Соотношение числа молекул на двух уровнях задается распределением Больцмана:

$$n_1 = n_0 e^{-\frac{E_V(1)}{kT}}; \quad \frac{n_1}{n_0} = e^{\frac{E_V(0) - E_V(1)}{kT}}. \quad (9)$$

Энергия молекулы на n -м колебательном уровне

$$E(n) = E_e + E_V(n) \approx E_e + \omega_e \left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (10)$$

Тогда разность энергий двух уровней составит

$$E(1) - E(0) = \omega_e = 125. \quad (11)$$

Учтем, что $125 \text{ см}^{-1} = 125 \cdot 11610/8067 \approx 180 \text{ К}$. Для азота же $2047 \text{ см}^{-1} = 2047 \cdot 11610/8067 = 2946 \approx 3000 \text{ К}$.

Соотношение уровней для йода

$$\frac{(n_1/n_0)_{t=80^\circ}}{(n_1/n_0)_{t=20^\circ}} = e^{-\omega_e \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)} = e^{-180 \left(\frac{60}{293 \cdot 353}\right)} \approx e^{-0.1} \approx 0.9 \sim n_0. \quad (12)$$

Для азота при тех же температурах

$$\frac{(n_1/n_0)_{t=80^\circ}}{(n_1/n_0)_{t=20^\circ}} = e^{-3000 \left(\frac{60}{293 \cdot 353}\right)} \approx e^{-1.74} \approx 0.17 \ll n_0. \quad (13)$$

Отсюда следует, что при конструировании термометров всегда нужно рассматривать отклик среды на изменение температуры.

Системы могут быть равновесными и неравновесными. Под равновесными понимают системы, температура которых одинакова для всех включенных в систему подсистем. В случае, когда температуры отдельных подсистем не равны друг другу, система называется неравновесной. Один из наиболее типичных примеров – плазма тлеющего разряда, в которой, как правило, выполняется условие

$$T_g \ll T_v \ll T_e, \quad (14)$$

где T_g , T_v и T_e – температура газа, колебательных степеней свободы и электронов соответственно. Физические причины существования подобных систем рассмотрим позже, а сейчас обсудим способы контроля температуры в равновесной системе. Методы контроля температуры делят на два больших класса: контактные и бесконтактные.

2. Измерения температуры контактными методами

2.1. Термометры расширения

Дилатометрические термометры основаны на измерении разности удлинения двух стержней, изготовленных из материала с различным коэффициентом линейного расширения. Изменение длины твердого тела под действием температуры записывается как

$$L_i = (L_0)_i(1 + \alpha_i T). \quad (15)$$

Пусть длины стержней при низкой температуре одинаковы и равны L_0 . Тогда разность длин при конечной температуре T_f составит

$$L_2^f - L_1^f = L_0(1 + \alpha_2 T_f) - L_0(1 + \alpha_1 T_f) = L_0(\alpha_2 - \alpha_1)T_f. \quad (16)$$

Аналогично разность длин при начальной температуре

$$L_2^i - L_1^i = L_0(\alpha_2 - \alpha_1)T_i. \quad (17)$$

Отсюда

$$\Delta L_\Sigma = \Delta L_f - \Delta L_i = L_0(\alpha_2 - \alpha_1)(T_f - T_i), \quad (18)$$

или

$$\frac{\partial L}{\partial T} = L_0(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (19)$$

Обычно один из стержней изготавливают в виде трубки с закрытым концом из жаропрочного металла, а второй – в виде цилиндрического стержня, расположенного вдоль оси трубки. Подобные термометры работают в диапазоне от минус 30 °С до 1000 °С.

Задача 2

Длина чувствительной части дилатометрического термометра при комнатной температуре составляет $L_0 = 50$ см, трубка изготовлена из хромоникелевой стали ($\alpha_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$), а стержень – из кварца (температура размягчения около 1000 °С, $\alpha_1 = 0.6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} = 0.06 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$). Найти разность удлинений стержней при $T = 400$ °С.

Решение

Разность удлинений составит

$$\Delta L = L_0(\alpha_2 - \alpha_1)T \approx 50 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \approx 0.3 \text{ см} = 3 \text{ мм}. \quad (20)$$

Аналогичным образом работают **биметаллические термометры**, чувствительной частью которых является биметаллическая пластина. Она состоит из двух равных по толщине

пластин из металлов или сплавов с различными коэффициентами линейного расширения. При изменении температуры такой пластины она деформируется, что и регистрируется прибором.

Жидкостно-стеклянные термометры используют в широком диапазоне температур, в зависимости от коэффициента линейного расширения, температуры кипения и давления насыщенных паров рабочей жидкости. Скажем, заполнение ртутного термометра азотом высокого давления дает возможность существенно расширить (почти в два раза) верхний предел измерения температуры. Примеры температурных зависимостей приведены в Таблице 2.

Таблица 2. Диапазоны работы жидкостно-стеклянных термометров

Рабочая жидкость	$t_{\min}, ^\circ C$	$t_{\max}, ^\circ C$
Ртуть	-35	+350(+750)
Этиловый спирт	-80	+70
Пентан	-200	+20

Принцип работы таких термометров основан на увеличении объема жидкости с температурой:

$$V = V_0(1 + \alpha\Delta T). \quad (21)$$

С другой стороны, приращение объема равно

$$\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} \Delta l, \quad (22)$$

откуда получим

$$\frac{\pi d^2}{4} \Delta l = V_0 \alpha \Delta T; \quad \frac{\Delta l}{\Delta T} = \frac{4V_0 \alpha}{\pi d^2}. \quad (23)$$

Задача 3

Коэффициент объемного расширения ртути составляет $\alpha = 0.00018 \text{ K}^{-1}$. Задав типичный начальный объем ртути и диаметр капилляра, сосчитать, какой длине столбика ртути соответствует изменение температуры на $\Delta T = 0.1^\circ$ в обычном медицинском градуснике.

Решение

Предлагается рассмотреть задачу самостоятельно.

2.2. Термометры сопротивления

Распространенный класс термометров – термометры сопротивления, основанные на том, что у определенного элемента электрической цепи сопротивление может зависеть от температуры. Чувствительный элемент такого преобразователя может быть как металлом, так и полупроводником. Материалы, предназначенные для чувствительных элементов датчиков термосопротивления, должны иметь стабильную и хорошо воспроизводимую зависимость сопротивления от температуры и высокий термический коэффициент сопротивления α :

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial T}. \quad (24)$$

Диапазон рабочих температур подобных преобразователей составляет от -200 до $+420^\circ\text{C}$, а точность определения температуры может достигать $\pm 0.02 \text{ K}$.

Наиболее распространенный материал для термометров сопротивления – чистая платина. Платиновую проволочку диаметром $0.05 - 0.5 \text{ мм}$, в зависимости от измеряемого диапазона температур, помещают в кварцевую пробирку, которую затем наполняют сухим воздухом и герметизируют. Стабильность подобных датчиков зависит, во-первых, от осаждения на поверхности платины оксида PtO_2 ; во-вторых, от механических напряжений, возникающих при циклическом нагреве.

При быстромеменяющихся температурах применяют пленочные термосопротивления с толщиной платиновой пленки до нескольких микрон. Термический коэффициент сопротивления для таких пленок ниже, чем для проволочки, и составляет величину порядка $3.3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Для чувствительных элементов подобных датчиков используют также медь, вольфрам, никель. В области низких температур (ниже $-50 \text{ }^{\circ}\text{C}$) используют свинец (до 7.2 К) или индий (до 3.4 К), термический коэффициент сопротивления которых при низких температурах достаточно высок.

Аналогичные датчики на основе полупроводниковых материалов называют термисторами. Зависимость сопротивления термисторов от температуры более резкая и описывается уравнением

$$R_T = A \exp(B/T). \quad (25)$$

Подобная зависимость объясняется, с одной стороны, ростом числа носителей зарядов как $T^{3/2} \exp(-E/2kT)$, где E — энергия активации, с другой — изменением подвижности носителей заряда как $T^{-3/2}$.

Известны полупроводниковые материалы, в которых при низких температурах (несколько выше точки Кюри) рост температуры вызывает рост сопротивления материала. Как правило, это материалы из класса полупроводниковой полукристаллической керамики, и их сопротивление определяется в основном сопротивлением границ зерен. Термосопротивления на основе таких материалов называются позисторами. Их термический коэффициент сопротивления невелик. Для титаната бария (BaTiO_3), к примеру, он составляет $0.02 - 0.2 \text{ 1/K}$.

2.3. Термоэлектрические термометры

Термоэлектрическими называют группу физических явлений, определяющих взаимосвязь термодинамических и электрических процессов в проводниках. Это эффекты Зеебека, Томсона

и Пельтье, описывающие нарушение теплового равновесия в потоке зарядов.

Эффект Зеебека заключается в появлении разности потенциалов e_{AB} на границе контакта двух проводников из-за диффузии зарядов (рис. 1). При этом контактная разность потенциалов зависит от температуры, поскольку температура определяет скорость диффузии:

$$D_e \frac{dn}{dx} - en\mu \frac{dV}{dx} = 0; \quad \frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}. \quad (26)$$

В итоге для контактной разности потенциалов получим

$$\Delta V = \frac{kT}{e} \ln n_2/n_1. \quad (27)$$

При неравенстве температур на концах проводника в проводнике возникает поток носителей от горячего конца проводника к холодному, и на холодном конце проводника копится электрический заряд. Эта термоЭДС называется термоЭДС Томсона (σ_a , σ_B на рис. 1).

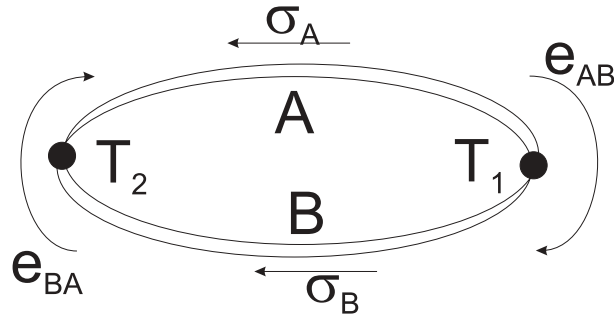


Рис. 1. Возникновение термоЭДС

Суммарное действие эффектов Зеебека и Томсона приводит к тому, что интегральная ЭДС в цепи двух разных однородных проводников A и B определится как

$$E_{AB}(T_1, T_2) = e_{AB}(T_1) + e_{BA}(T_2) + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_A - \sigma_B) dT. \quad (28)$$

Эффект Пельтье заключается в том, что если через электрический контакт двух проводников протекает ток I , то в зоне контакта выделяется или поглощается количество тепла, пропорциональное току.

Если термопара составлена из двух идеально однородных проводников, то ее ЭДС не зависит ни от сечения, ни от длины проводников, а зависит только от температуры в месте контакта.

При применении термопары для измерения температур один спай помещают в термостат с фиксированной температурой T_1 , а температуру второго спая — T_2 — измеряют посредством измерения ЭДС.

Пределы измерений термопарными преобразователями составляют от -200 до 1800 °С.

Рекомендуемая литература

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука. Физматлит, 1990.
2. *Гордов А.Н., Жагулло О.М., Иванова А.Г.* Основы температурных измерений. — М.: Энергоатомиздат, 1992.
3. *Франкевич Е.Л.* Физические методы исследования. — М.: МФТИ, 1986.
4. *Физические величины.* Справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

3. Оптические методы измерения температуры

В переводе с греческого “pyr” означает “огонь”, “metreo” — “измеряю.” Под термином “пирометрия” понимают набор методов бесконтактного (оптического) измерения температуры, основанных на контроле теплового излучения тел. Интенсивность теплового излучения резко падает при уменьшении температуры, поэтому при температурах ниже 1000°C пирометры применяются в качестве вспомогательного средства измерений. При более высоких температурах они становятся главными, а при $T > 3000^{\circ}\text{C}$ — практически единственными средствами измерения.

Основное условие применимости метода пирометрии заключается в том, что излучение тела должно быть тепловым, то есть его излучение не должно зависеть от природы тела и описываться формулой Планка. Как правило, нагретые до высоких температур твердые тела и жидкости подчиняются этому условию, что же касается газов, то в каждом частном случае необходима проверка данного условия. Так, излучение однородного слоя плазмы будет описываться формулой Планка в случае, когда распределения молекул, атомов, ионов и электронов плазмы по скоростям максвелловские, заселенности возбужденных уровней подчиняются закону Больцмана, причем во всех распределениях температура одна и та же. Такое состояние плазмы называется термическим равновесием. При этом, помимо вышеперечисленных условий, необходимо, чтобы плазма была пространственно однородной. Детали измерения температур в неравновесных средах будут рассмотрены в следующем семинаре, а сейчас вернемся к описанию равновесного излучения.

3.1. Равновесное излучение

Равновесное излучение характеризуется сплошным спектром излучения, а распределение яркости излучения по длинам волн

задается, как было отмечено выше, формулой Планка. Выведем эту формулу. Рассмотрим атомную систему с двумя энергетическими уровнями. Пусть система находится в термодинамическом равновесии. Это означает, что все прямые процессы скомпенсированы обратными. Возможны 3 типа оптических переходов между уровнями (рис. 2): спонтанное излучение с вероятностью A_{21} , вынужденное излучение с вероятностью $B_{21}u_\nu$ и поглощение.

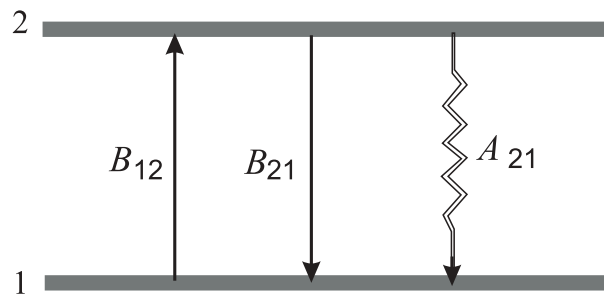


Рис. 2. Двухуровневая система

Задача 1

Рассмотрев двухуровневую систему с учетом процессов поглощения, вынужденного и спонтанного испускания, получить выражение для спектрального распределения яркости излучения при термодинамическом равновесии в системе (формулу Планка). Учесть, что 1) в равновесии соотношение между заселенностями состояний выражается формулой Больцмана ($N_2/N_1 = (g_2/g_1)e^{-h\nu/kT}$); 2) в классическом пределе (при $h\nu \ll kT$) спектральное распределение плотности излучения дается формулой Рэлея–Джинса $u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$.

Решение

Заселенность верхнего уровня

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12}u_\nu N_1 - B_{21}u_\nu N_2 - A_{21}N_2 = 0; \quad (29)$$

$$(A_{21} + B_{21}u_\nu)N_2 = B_{12}u_\nu N_1. \quad (30)$$

С учетом формулы Больцмана

$$u_\nu = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2}; \quad (31)$$

$$u_\nu = \frac{A_{21}}{g_1 B_{12} e^{h\nu/kT} / g_2 - B_{21}N_2}. \quad (32)$$

Получим соотношение между коэффициентами Эйнштейна.

Устремим $T \rightarrow \infty$. Поскольку в данном случае мы подводим к телу бесконечную мощность, спектральная плотность излучения тоже должна стремиться к ∞ .

Следовательно (с учетом того, что $e^{h\nu/kT} \rightarrow 1$), получим для B_{12} и B_{21} :

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}. \quad (33)$$

Тогда

$$u_\nu = \frac{A_{21}}{B_{21}(e^{h\nu/kT} - 1)}. \quad (34)$$

Теперь рассмотрим другой предел — по частоте. При $\nu \rightarrow 0$ справедливо $h\nu \ll kT$. В этом пределе справедлива классическая формула Рэлея–Джинса и то, что $e^{h\nu/kT} \approx 1 + h\nu/kT$. Следовательно,

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21}. \quad (35)$$

В конечном итоге для спектральной плотности излучения получим

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{(e^{h\nu/kT} - 1)}. \quad (36)$$

Для спектральной плотности излучения в единичном диапазоне длин волн получим

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{(e^{h\nu/kT} - 1)} d\nu; \quad d|\nu| = d\left(\frac{c}{|\lambda|}\right) = \frac{cd\lambda}{\lambda^2}; \quad (37)$$

$$u_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{(e^{hc/kT\lambda} - 1)} d\lambda. \quad (38)$$

Собственно говоря, именно формула Планка, определяющая спектральную плотность энергии теплового излучения в зависимости от температуры равновесной среды, и является, с точки зрения физика-исследователя, основной формулой пирометрии.

В классическом пределе (при малых частотах $h\nu \ll kT$, т.е. при больших длинах волн) формула Планка переходит в формулу Рэля–Джинса:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT. \quad (39)$$

При больших частотах ($h\nu \gg kT$) она переходит в формулу Вина

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT}. \quad (40)$$

3.2. Закон смещения Вина

Пользуясь выражением 40, найдем зависимость длины волны, в которой спектральная плотность излучения максимальна, от температуры (закон смещения Вина).

Задача 2

В пределе больших частот получить выражение для закона смещения Вина. Рассчитать длину волны, при которой максимально тепловое излучение тел, нагретых до температуры 300, 1000 и 6000 К. Сопоставить $h\nu$ на данной длине волны с kT . Постоянная Планка $h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, постоянная Больцмана $k = 1.4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Решение

Возьмем производную от выражения (40) и приравняем ее нулю:

$$\frac{\partial u_\nu}{\partial t} = \frac{8\pi h}{c^3} \left(3\nu^2 e^{-\frac{h\nu}{kT}} - \frac{h\nu^3}{kT} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right); \quad (41)$$

$$3\nu^2 - \frac{h\nu^3}{kT} = 0; \quad 3 - \frac{h\nu}{kT} = 0; \quad (42)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = 3kT; \quad (43)$$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{3kT} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 1.4 \cdot 10^{-23} T} = \frac{4.7 \cdot 10^{-3}}{T}. \quad (44)$$

На самом деле, более аккуратный подсчет дает

$$\lambda_{\max} \approx \frac{3 \cdot 10^{-3}}{T}. \quad (45)$$

Для заданных температур

$$\lambda_{\max}|_{300 \text{ К}} \approx \frac{3 \cdot 10^{-3}}{300} = 10^{-5} = 10 \text{ мкм}; \quad (46)$$

$$\lambda_{\max}|_{1000 \text{ К}} \approx \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1000} = 3 \cdot 10^{-6} = 3 \text{ мкм}; \quad (47)$$

$$\lambda_{\max}|_{6000 \text{ К}} \approx \frac{3 \cdot 10^{-3}}{6000} = 5 \cdot 10^{-7} = 500 \text{ нм}; \quad (48)$$

Вычислим kT [Дж]:

$$kT|_{300 \text{ К}} = 1.4 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \approx 4.2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}; \quad (49)$$

$$kT|_{1000 \text{ К}} = 1.4 \cdot 10^{-23} \cdot 1000 \approx 1.4 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}; \quad (50)$$

$$kT|_{6000 \text{ К}} = 1.4 \cdot 10^{-23} \cdot 6000 \approx 8.4 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}. \quad (51)$$

Сопоставим с $h\nu = hc/\lambda_{\max}$:

$$\frac{hc}{\lambda_{\max}}|_{300 \text{ К}} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-5}} = \frac{2 \cdot 10^{-25}}{10^{-5}} = 10^{-20} > 4.2 \cdot 10^{-21}; \quad (52)$$

$$\frac{hc}{\lambda_{\max}}|_{1000 \text{ К}} = \frac{2 \cdot 10^{-25}}{3 \cdot 10^{-6}} = 7 \cdot 10^{-20} > 1.4 \cdot 10^{-20}; \quad (53)$$

$$\frac{hc}{\lambda_{\max}}|_{6000 \text{ К}} = \frac{2 \cdot 10^{-25}}{0.5 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{-19} > 8.4 \cdot 10^{-20}. \quad (54)$$

Таким образом, при росте температуры максимум спектральной плотности излучения ощутимо сдвигается в область меньших длин волн.

3.3. Закон Стефана–Больцмана

Если функцию Планка проинтегрировать по всем частотам

$$\int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{(e^{h\nu/kT} - 1)} d\nu, \quad (55)$$

мы получим соотношение между температурой и суммарной мощностью излучения.

Задача 3

Энергия излучения, испускаемая поверхностью единичной площади за единицу времени в единичном диапазоне дин волн, равна $\rho_\nu = u_\nu c/4$, где u_ν – энергия излучения в единице объема. Получить значение постоянной Стефана-Больцмана, зная, что интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{(e^{ax} - 1)} dx = \frac{\pi^4}{15a^4}. \quad (56)$$

Решение

Вернемся к интегрированию функции Планка. Выражение (55) имеет вид

$$A \int_0^{\infty} \frac{x^3}{(e^{ax} - 1)} dx, \quad (57)$$

где $A = 8\pi h/c^3$, $a = h/kT$. Тогда, по условию задачи,

$$\int_0^{\infty} u_\nu d\nu = A \frac{\pi^4 (kT)^4}{15h^4} = aT^4, \quad a = \frac{A\pi^4 k^4}{15h^4}; \quad (58)$$

$$\sigma = \frac{ac}{4} = \frac{c}{4} \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}. \quad (59)$$

Найдем численное значение:

$$\sigma = \frac{2 \cdot (3.14)^5 (1.4 \cdot 10^{-23})^4}{15(6.6 \cdot 10^{-34})^3 (3 \cdot 10^8)^2} \approx 6 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4). \quad (60)$$

Ответ: На самом деле постоянная Стефана - Больцмана $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$, что очень близко к полученному в задаче значению.

3.4. Принципы работы пирометров

3.4.1. Радиационные пирометры

Собственно говоря, все пирометры — это приборы для измерения температуры, основанные на соотношении Планка, на законе Стефана—Больцмана или же на законе смещения Вина.

Пирометры, основным принципом работы которых является измерение интегрального потока теплового излучения, испускаемого нагретым телом, называются радиационными, или энергетическими пирометрами (они же — пирометры полного излучения). Поскольку редко речь идет об измерении температуры абсолютно черных тел, измеренная энергия является энергией, описываемой законом Стефана—Больцмана, с точностью до постоянной a , так что

$$E_{\text{meas}} = a\sigma T_{\text{real}}^4 = \sigma T_{\text{rad}}^4. \quad (61)$$

Тогда истинная температура тела равна

$$T_{\text{real}} = \frac{T_{\text{rad}}}{\sqrt[4]{a}}. \quad (62)$$

Таким образом, радиационной температурой называется условная температура нечерного тела, численно равная такой температуре черного тела, при которой их энергии излучения, проинтегрированные по всему спектральному диапазону, равны. Величину $a(T)$ при этом называют интегральным коэффициентом теплового излучения тела.

Задача 4

Интегральный коэффициент теплового излучения окисленного алюминия составляет $a = 0.008$ при 50 К и $a = 0.062$ при 800 К. Во сколько раз отличается реальная температура T_{real} от радиационной, то есть измеряемой T_{rad} ?

Решение

При температуре 50 К

$$\frac{T_{\text{real}}}{T_{\text{rad}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a}} = \frac{1}{\sqrt[4]{0.008}} = 3.3. \quad (63)$$

При температуре 800 К

$$\frac{T_{\text{real}}}{T_{\text{rad}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a}} = \frac{1}{\sqrt[4]{0.062}} = 2. \quad (64)$$

Задача 5

Предел чувствительности болометра (теплового неселективного фотоприемника, работающего на принципе зависимости сопротивления термочувствительного элемента от температуры) с площадью приемной площадки 1 см^2 составляет 10^{-9} Вт. Болометр расположен на расстоянии 1 м от шарика из окисленного алюминия радиусом 1 мм. Интегральный коэффициент теплового излучения окисленного алюминия при 800 К составляет $a = 0.062$. Можно ли таким болометром зарегистрировать тепловое излучение шарика? Можно ли зарегистрировать тепловое излучение данного шарика при 50 К ($a = 0.008$)?

Решение

Тепловой поток с единицы поверхности шарика равен

$$W_0 = a\sigma T^4 = 0.062 \cdot 5.7 \cdot 10^{-8} \cdot (800)^4 = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2. \quad (65)$$

На сфере радиусом 1 м тепловой поток уменьшится в соответствии с законом площадей:

$$W = W_0 \frac{r^2}{R^2} = W_0 \frac{0.001^2}{1^2} = 10^{-4} W_0 = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2. \quad (66)$$

Поток через приемную площадку

$$W_S = W \cdot S = 1.4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 1.4 \cdot 10^{-6} \text{ Вт.} \quad (67)$$

Сигнал окажется на 2 порядка выше предела чувствительности, то есть его легко можно зарегистрировать.

При 50 К значение W_0 равно

$$W_0 = a\sigma T^4 = 0.008 \cdot 5.7 \cdot 10^{-8} \cdot (50)^4 \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2, \quad (68)$$

то есть на 6 порядков меньше. Тогда поток через приемную площадку будет $\sim 10^{-12}$ Вт, что гораздо ниже чувствительности болометра.

Можно, руководствуясь приведенными выше соображениями, оценить нижний предел измеряемой температуры для данной системы.

3.4.2. Яркостные пирометры

Определять температуру из интегрального энергетического измерения не всегда очень удобно. К примеру, часть спектра может перекрываться линиями поглощения среды, расположенной между источником теплового излучения и приемником. Кроме того, калибровка тепловых приемников в интегральных пирометрических системах – достаточно сложная задача. Из формулы Планка очевидно, что одного абсолютного измерения спектральной плотности на фиксированной длине волны в принципе достаточно для определения температуры.

Название “яркостный” такой пирометр получил исторически, иногда их называют еще пирометрами сравнения. Применяются такие пирометры, как правило, в диапазоне температур 1000 – 10000 К. Наиболее простой принцип действия подобного пирометра заключается в том, что действительное изображение светящегося объекта создается объективом в плоскости нити специальной лампы накаливания (источника сравнения). Лампа накаливания предварительно прокалибрована с помощью абсолютно черного тела, так что известно, какой температуре соответствует значение тока через лампу. Наблюдатель

рассматривает с помощью окуляра изображение нити лампы на фоне изображения объекта через селективный светофильтр, меняя ток через лампу. В момент, когда изображение нити становится невидимым на фоне изображения объекта, регистрируется ток накала, и полученное значение соотносится с температурой абсолютного черного тела. Зарегистрированная таким образом температура носит название яркостной.

Поток излучения с единицы площади на определенной длине волны в приближении закона Вина равен

$$u_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} e^{-hc/kT_{\text{meas}}\lambda}; \quad (69)$$

$$u_{\lambda} = \varepsilon \frac{8\pi hc}{\lambda^5} e^{-hc/kT_{\text{real}}\lambda}. \quad (70)$$

Яркостной температурой называется условная температура нечерного тела, численно равная такой температуре черного тела, при которой их яркости в данном спектральном диапазоне равны. Величину $\varepsilon(T, \lambda)$ при этом называют спектральным коэффициентом теплового излучения тела.

$$e^{-hc/kT_{\text{meas}}\lambda} = \varepsilon(T, \lambda) e^{-hc/kT_{\text{real}}\lambda}; \quad (71)$$

$$\frac{1}{T_{\text{meas}}} = \frac{1}{T_{\text{real}}} + \frac{\lambda}{A} \cdot \ln \varepsilon(T, \lambda), \quad (72)$$

где $A = 0.014 \text{ м}\cdot\text{К}$. К примеру, для алюминия на длинах волн 600 – 700 нм спектральный коэффициент теплового излучения равен $\varepsilon \approx 0.1$.

Задача 6

В яркостном пирометре область сравнения выделяется с одной стороны видимым диапазоном излучения, с другой – светофильтром. Какую область следует выделять для измерения более низких температур – с синей или красной стороны спектра?

Решение

С красной, поскольку, согласно закону смещения Вина, $\lambda_{max} \sim 1/T$. Следовательно, при более низких температурах максимум будет смещаться в сторону больших длин волн.

3.4.3. Цветовые пирометры

Из формулы Планка следует, что соотношение интенсивностей теплового излучения на двух длинах волн однозначным образом зависит от температуры. Действительно,

$$\frac{u_{\lambda_1}}{u_{\lambda_2}} = \frac{\frac{8\pi hc}{(\lambda_1)^5} e^{-hc/kT_{\text{meas}}\lambda_1}}{\frac{8\pi hc}{(\lambda_2)^5} e^{-hc/kT_{\text{meas}}\lambda_2}}. \quad (73)$$

и если точно такое же соотношение получается в измерениях, то

$$\frac{u_{\lambda_1}}{u_{\lambda_2}} = \frac{\varepsilon(\lambda_1, T) \frac{8\pi hc}{(\lambda_1)^5} e^{-hc/kT_{\text{real}}\lambda_1}}{\frac{\varepsilon(\lambda_2, T) 8\pi hc}{(\lambda_2)^5} e^{-hc/kT_{\text{real}}\lambda_2}}. \quad (74)$$

Сопоставление выражений (73) и (74) дает для так называемой цветовой температуры T_{meas} :

$$\frac{1}{T_{\text{meas}}} = \frac{1}{T_{\text{real}}} + \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)^{-1} \ln \frac{\varepsilon(\lambda_1, T)}{\varepsilon(\lambda_2, T)}. \quad (75)$$

Большим преимуществом цветовой пирометрии является то, что для серого тела (то есть для тела, у которого форма зависимости спектральной плотности излучения u_ν^1 совпадает с формой аналогичной зависимости u_ν для абсолютно черного тела: $u_\nu^1 = Au_\nu$, A — коэффициент серости) она дает абсолютное значение температуры.

Таким образом, мы рассмотрели три основных класса пирометров, определяющих радиационную, яркостную и цветовую температуры тел.

Рекомендуемая литература

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука. Физматлит, 1990.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 3. Электричество. — М.: Наука. Физматлит, 1996.
3. *Гордов А.Н., Жагулло О.М., Иванова А.Г.* Основы температурных измерений. — М.: Энергоатомиздат, 1992.
4. *Франкевич Е.Л.* Физические методы исследования. — М.: МФТИ, 1986.
5. *Физические величины.* Справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
6. *Криксунов Л.З.* Справочник по основам инфракрасной техники. — М.: Советское радио, 1978.

4. Методы измерения температуры в неравновесных системах

4.1. Низкотемпературная неравновесная плазма

До сих пор мы рассматривали принципы измерения температуры в равновесных системах, то есть в условиях, когда температура одинакова для всех подсистем системы (скажем, для любой из степеней свободы молекул газа). В реальном эксперименте часто встречаются ситуации, когда в системе можно выделить отдельные подсистемы и рассматривать их как невзаимодействующие. Рассмотрим неравновесную систему на примере низкотемпературной плазмы газового разряда.

При подаче на электроды разрядного промежутка напряжения, превышающего определенную величину, в промежутке зажигается тлеющий разряд. Электроны, набирая энергию в поле, производят ионизацию атомов и молекул. Лавинообразное нарастание концентрации электронов ведет к росту концентрации ионов. Ионы двигаются к катоду и выбивают из него дополнительные электроды. Фактически условие самовоспроизводимости концентрации электронов в результате электронно-ионной эмиссии является условием поддержания самостоятельного тлеющего разряда:

$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (76)$$

Здесь γ – коэффициент вторичной эмиссии, α – ионизационный коэффициент, характеризующий размножение электронов на единице длины промежутка: $i = i_0 e^{\alpha d}$.

Баланс энергии электронов определяется, с одной стороны, набором энергии в поле, с другой – потерей энергии при столкновениях с молекулами газа. Рассмотрим отдельно взятый электрон, движущийся в электрическом поле. Уравнение движения запишется как

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}, \quad \vec{v}(t) = -\frac{e\vec{E}}{m}t + \vec{v}(0). \quad (77)$$

Средняя скорость направленного движения электрона называется дрейфовой скоростью:

$$\vec{v}_d = \langle \vec{v}(t) \rangle \approx -\frac{e\vec{E}}{m\nu_m}, \quad (78)$$

где ν_m – частота столкновений электрона с молекулами газа.

Рассмотрим набор и потерю энергии двумя электронами в поле. Пусть первый движется по полю, второй – против поля и оба имеют после столкновения скорость v . Тогда приращение энергии электрона, движущегося по полю, равно

$$\Delta\varepsilon_+ = \frac{m(v+v_d)^2}{2} - \frac{m(v)^2}{2} = mvv_d + \frac{m(v_d)^2}{2}. \quad (79)$$

Для электрона, движущегося против поля,

$$\Delta\varepsilon_- = \frac{m(v-v_d)^2}{2} - \frac{m(v)^2}{2} = -mvv_d + \frac{m(v_d)^2}{2}. \quad (80)$$

Усредняя выражения (79) и (80), получим

$$\langle \Delta\varepsilon \rangle = \frac{\Delta\varepsilon_+ + \Delta\varepsilon_-}{2} = m(v_d)^2. \quad (81)$$

При каждом упругом столкновении с атомами газа электрон передает им долю энергии порядка отношения их масс: $\delta = 2m/M$. Вопрос упругих потерь очень важен. Фактически именно он определяет отрыв температуры электронов от температуры газа, а соответствующая скорость обмена энергией между электронами и атомами – время выравнивания температур и установления термодинамического равновесия. Запишем уравнение баланса энергии для электрона:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (\Delta\varepsilon - \delta\varepsilon)\nu_m = \left(\frac{e^2 E^2}{m^2 \nu_m^2} - \delta\varepsilon\right)\nu_m. \quad (82)$$

В молекулярных газах электроны тратят энергию на возбуждение колебаний и вращений молекул, что можно учесть

путем эффективного увеличения коэффициента δ до $10^{-3} - 10^{-2}$ (в атомарных газах $\delta = 2m/M = 10^{-5} - 10^{-4}$).

Частота столкновений равна $\nu_m = Nv\sigma$ и, вообще говоря, зависит от энергии электрона. Задача о нахождении средней энергии электрона может быть рассмотрена в двух приближениях. Можно считать не зависящей от энергии величиной либо частоту столкновений, либо длину свободного пробега. Давайте считать независящей от энергии величиной длину свободного пробега $l \approx 1/(N\sigma)$. Тогда частота столкновений $\nu_m \approx v/l$.

Задача 1

Оценить среднюю энергию электронов в гелии ($\delta = 2.7 \cdot 10^{-4}$) при $E = 1$ В/см и давлении 1 Тор. Считать, что длина свободного пробега не зависит от энергии, а сечение столкновений $\sigma = 5.5 \cdot 10^{-16}$ см².

Решение

Приравняем нулю выражение в скобках из уравнения 82:

$$\frac{e^2 E^2}{m\nu_m^2} = \delta\varepsilon. \quad (83)$$

Учтем, что при максвелловском распределении по скоростям средняя скорость $\langle v \rangle = \sqrt{(8kT)/(\pi m)}$ и связана со средней энергией как $m \langle v \rangle^2 = 16 \langle \varepsilon \rangle / 3\pi$. Тогда

$$\frac{e^2 E^2 l^2}{m \langle v \rangle^2} = \delta\varepsilon; \quad (84)$$

$$\frac{3\pi e^2 E^2 l^2}{16m\varepsilon} = \delta\varepsilon; \quad \varepsilon^2 = \frac{3\pi e^2 E^2 l^2}{16m\delta}; \quad (85)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{3\pi e^2 E^2 l^2}{16m\delta}} = \frac{eEl\sqrt{3\pi}}{4\sqrt{\delta}} = \frac{eE\sqrt{3\pi}}{4N\sigma\sqrt{\delta}}. \quad (86)$$

Таким образом, средняя энергия электронов пропорциональна приведенной напряженности электрического поля. Найдем численное значение ($E/N = 3.3 \cdot 10^{-17} \text{ В}\cdot\text{см}^2$):

$$\varepsilon = \frac{eE\sqrt{3\pi}}{4N\sigma\sqrt{\delta}} = \frac{e3.3 \cdot 10^{-17}\sqrt{3\pi}}{4 \cdot 5.5 \cdot 10^{-16}\sqrt{2.7 \cdot 10^{-4}}} \approx 2.8 \text{ эВ}. \quad (87)$$

Таким образом, в плазме отрыв температуры электронов от температуры газа может быть достаточно велик. Как уже говорилось, в молекулярном газе идет эффективный нагрев колебательных и вращательных степеней свободы электронами. Скорость релаксации энергии может быть мала (к примеру, в азоте при температурах порядка 300 К VT-релаксация может идти сутками), и тогда реализуется ситуация, в которой температура колебательных (вращательных) степеней свободы не равна температуре газа. Заметим, что для определения понятия “температура” необходимо, чтобы в системе установилось стационарное больцмановское распределение по энергии. Иногда температуру условно определяют как

$$T = -\frac{E_1 - E_0}{k \ln(n_1/n_0)}, \quad (88)$$

измеряя экспериментально плотность частиц на первом и нулевом уровнях.

4.2. Спектральные методы измерения температуры

Спектр излучения возбужденных атомов и молекул может нести в себе информацию о температуре определенного ансамбля частиц. Напомню, что спектр излучения атомов состоит из отдельных линий, соответствующих переходам между различными уровнями, в то время как молекулярный спектр формируется как система полос, соответствующих совокупности электронно-колебательно-вращательных переходов (рис. 3).

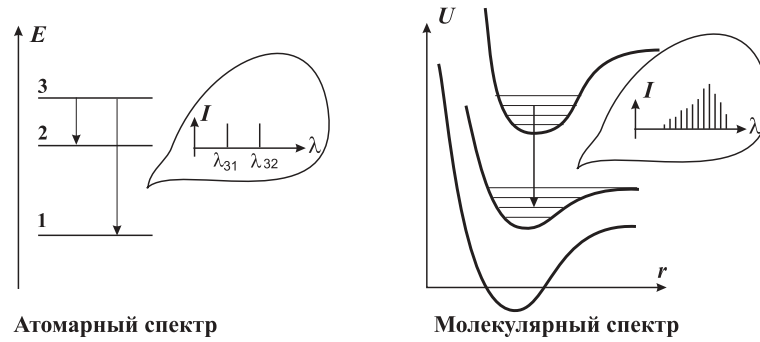


Рис. 3. Пример формирования атомарного и молекулярного эмиссионного спектра

4.2.1. Температура тяжелых частиц. Доплеровское уширение линий

Атомы и ионы в плазме находятся в постоянном движении. Частота излучения атома, движущегося со скоростью v , смещена относительно частоты излучения неподвижного атома на величину

$$\nu - \nu_0 = \nu_0 \frac{v}{c}. \quad (89)$$

Распределение Максвелла по проекциям скоростей на определенную ось имеет гауссову форму:

$$dN(v_z) = N \sqrt{\frac{M}{2\pi kT}} e^{-Mv_z^2/2kT} dv_z. \quad (90)$$

Смещение частоты в эффекте Доплера пропорционально скорости, а это означает, что распределение спектральной мощности по частотам повторяет вид распределения Максвелла:

$$u_\nu(\nu - \nu_0) = u_\nu(\nu_0) e^{-(\nu - \nu_0)^2 c^2 / \nu_0^2 v_{prob}^2}. \quad (91)$$

Наличие уширения контура спектральной линии атомов, связанное с температурой, позволяет проводить измерения температуры по уширению контура линии.

Задача 2

Найти доплеровское уширение водородной линии H_β (486.1 нм) при температурах 300 и 5000 К.

Решение

При $u_\nu = 0.5u_{\nu_0}$ получим, что

$$2 = e^{\frac{(\nu - \nu_0)^2}{(\Delta\nu_c)^2}}; \quad (92)$$

$$\ln 2 = \frac{(\nu - \nu_0)^2}{(\Delta\nu_c)^2}; \quad (93)$$

$$\sqrt{\ln 2} = \frac{(\nu - \nu_0)}{(\Delta\nu_c)}; \quad (94)$$

$$\Delta\nu_D = 2(\nu - \nu_0) = 2\sqrt{(\ln 2)\nu_c}; \quad (95)$$

Теперь выразим ν_c через T и μ :

$$\nu_c = \nu_0 \frac{v}{c}; \quad (96)$$

$$\frac{mv^2}{2} = kT; \quad (97)$$

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2kTN_A}{\mu}}; \quad (98)$$

$$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}. \quad (99)$$

Тогда получим

$$\nu_c = \frac{\nu_0}{c} \cdot \sqrt{\frac{2kTN_A}{\mu}}. \quad (100)$$

С учетом того, что $\Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda$, запишем

$$\lambda_D = 2\sqrt{\ln 2} \frac{\lambda_0}{c} \cdot \sqrt{\frac{2kTN_A}{\mu}}; \quad (101)$$

$$\lambda_D = \frac{2}{c} \sqrt{2kN_A \ln 2} \lambda_0 \sqrt{\frac{T}{\mu}}; \quad (102)$$

$$\lambda_D = 2.3 \cdot 10^{-8} \lambda_0 \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (103)$$

Найдем доплеровское уширение водородной линии при температуре 300 К:

$$\lambda_D = 2.3 \cdot 10^{-8} 486.1 \sqrt{300}; \quad (104)$$

$$\lambda_D = 2 \cdot 10^{-4} \text{ нм}. \quad (105)$$

А при температуре 5000 К получим

$$\lambda_D = 2.3 \cdot 10^{-8} 486.1 \sqrt{5000}; \quad (106)$$

$$\lambda_D = 8 \cdot 10^{-4} \text{ нм}. \quad (107)$$

Иногда удобно пользоваться формулой

$$\Delta\lambda_D = 7.2 \cdot 10^{-7} \sqrt{T/\mu}. \quad (108)$$

Таким образом, для температуры 300 К $\Delta\lambda = 0.0002$ нм; для 5000 К $\Delta\lambda = 0.0008$ нм.

Ограничениями этого метода являются, во-первых, влияние уширения (расщепления) другой природы, вносящего искажения в контур линии (столкновительное уширение, штарковское расщепление и т.д.), во-вторых, требование высокого спектрального разрешения.

4.2.2. Измерение газовой температуры по анализу вращательной структуры спектров двухатомных молекул

Внутренняя энергия молекулы может быть представлена в следующем виде:

$$E = E_e + E_v + E_r. \quad (109)$$

Или, в обратных сантиметрах ($T = E/hc$):

$$T = T_e + \omega_e(v + \frac{1}{2}) + B_r J(J + 1). \quad (110)$$

Вращательная структура электронно-колебательно-вращательных переходов формируется в соответствии с правилами отбора: $\Delta J = 0, \pm 1$. Как следствие, в спектре наблюдается три ветви: Q, P, R . В каждой из ветвей интенсивность излучения пропорциональна некоторому множителю $i(J)$, определяемому вероятностью перехода, статвесом начального состояния и (в случае равновесной заселенности) бoльцмановскому множителю:

$$I(J) \sim i(J)e^{-\Delta E_r(J)/kT_{\text{rot}}}. \quad (111)$$

В случае, когда распределение по вращательным степеням свободы равновесно, зависимость $\ln(I(J)/i(J))$ от $E(J)$ даст прямую линию, из наклона которой и определится температура. В случае неравновесного заселения потребуются дополнительный анализ процессов возбуждения. В случае, когда прибор не позволяет разрешить структуру вращательных линий, остается возможность нахождения температуры по огибающей

спектра в предположении Больцмановской зависимости заселения вращательных уровней.

Сложным вопросом в подобном методе измерений является вопрос о соответствии измеряемой вращательной температуры поступательной температуре газа. С одной стороны, вращательная релаксация для большинства молекул проходит за 20 – 30 столкновений. Исключение составляет водород (200 – 500 столкновений) из-за большой величины колебательного кванта. Следовательно, для основного состояния молекулы в стационарных условиях релаксация вращательных степеней свободы происходит быстро (время между столкновениями равно $t \sim l/v = 1/(n\sigma v) \sim 1/(3.3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-15} \cdot 10^5) \sim 3 \cdot 10^{-7}$ с при 1 Тор и 300 К). Но, как правило, подобные измерения проводят в видимом диапазоне спектра для переходов между электронно-возбужденными состояниями. Для возбужденного электронного состояния возникает еще одно условие:

$$\tau_0 > \tau_{\text{rot}}, \quad (112)$$

где τ_0 – время жизни возбужденного состояния. В противном случае вращательная функция распределения будет определяться возбуждением молекулы, и, вообще говоря, не обязана быть Больцмановской.

4.2.3. Измерение электронной температуры по интенсивностям атомарных линий

Излучательная способность газа в спектральной линии, соответствующей определенному переходу $n' \rightarrow n$ в атоме (ионе), пропорциональна заселенности верхнего уровня:

$$I_{n' \rightarrow n} = \frac{1}{4\pi} h\nu_{n'n} A_{n'n} N \left[\frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{ср}} \right]. \quad (113)$$

Если вероятность перехода $A_{n'n}$ известна и система откалибрована таким образом, что экспериментатор знает соотношение между интенсивностью сигнала и числом фотонов, па-

дающих на приемную площадку прибора, можно найти заселенность верхнего уровня и из нее определить температуру.

Обычно метод измерения абсолютного излучения атомных состояний применяют только для нахождения плотности атомов в возбужденном состоянии при условии, что плазма оптически тонкая, то есть перепоглощение отсутствует. Для определения температуры гораздо проще определить относительную заселенность двух состояний. Если измерения интенсивностей переходов I_1 и I_2 проведены в одних и тех же условиях, то определить электронную температуру можно из соотношения

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{g_1 \nu_1 A_1}{g_2 \nu_2 A_2} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{kT_e}\right). \quad (114)$$

Аналогичным образом можно определить колебательную температуру, если известны интенсивности переходов с двух различных колебательных уровней одного и того же электронного состояния.

Рекомендуемая литература

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 3. Электричество. — М.: Наука. Физматлит, 1996.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 5., ч. 1. Атомная и ядерная физика. — М.: Наука. Физматлит, 1986.
3. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987.
4. *Животов В.К., Русанов В.Д., Фридман А.А.* Диагностика неравновесной химически активной плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
5. *Франкевич Е.Л.* Физические методы исследования. — М.: МФТИ, 1986.

5. Контрольные вопросы

1. Какие методы измерения температур приемлемы при температурах, превышающих 3000 К?
2. Какую температуру в неравновесной плазме можно определить с помощью термонеры? Какие факторы будут препятствовать определению температуры и как?
3. Радиационным пирометром измеряют температуру абсолютно отражающей металлической пластинки, нагретой до температуры 1000 °С. Что покажет пирометр?
4. Нарисуйте схематически зависимость спектральной плотности энергии равновесного теплового излучения от длины волны. Обозначьте на графике схематически длины волн, регистрируемые радиационными, яркостными и цветовыми пирометрами (выделенный диапазон, единичная длина волны и т.д.)
5. В каком диапазоне температур работает магнитный термометр?
6. Тело было нагрето до температуры 300 К. Как изменилась длина волны, на которой тепловое излучение тела максимально, при его нагреве до 1500 К?
7. Интегральный коэффициент теплового излучения окисленного алюминия составляет $a = 0.008$. Радиационный пирометр показывает значение 400 К. Чему равна настоящая температура поверхности алюминия?
8. Радиационный и яркостный пирометры. Какой бы Вы выбрали для измерения более низких температур и почему?
9. Какие приборы для измерения температуры Вы знаете?