

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Кафедра молекулярной и биологической физики

ДЛИННЫЕ ЛИНИИ

Лабораторная работа

Составитель *Ю. С. Семёнов*

МОСКВА
МФТИ
2015

Рецензент

Доктор физико-математических наук *С. И. Ткаченко*

Длинные линии: лабораторная работа / сост.
Ю. С. Семёнов. – М.: МФТИ, 2015. – 48 с.

Работа знакомит студентов с особенностями распространения электромагнитных волн по линиям передачи и дает начальные представления о подходах, используемых при работе с высокочастотными и импульсными сигналами. Цель работы состоит в изучении физических процессов, связанных с распространением электрических импульсов по линиям передачи. При выполнении работы студентам предлагается измерить частотные характеристики и по ним рассчитать погонные параметры линии, на примере двухпроводной линии студенты знакомятся с особенностями формирования стоячих волн в линиях передачи, также предлагается исследовать работу формирователя коротких импульсов и трансформатора напряжения, собранных из линий передачи.

Предназначено для студентов 3–4 курсов факультета молекулярной и химической физики и факультета биологической и медицинской физики, изучающих курс *Физические методы исследований*.

УДК 537.876.42

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Применимость теории, или что такое «длинная линия»	4
2. Вывод основных соотношений.....	7
2.1. Телеграфные уравнения.....	7
2.2. Решение системы телеграфных уравнений.....	11
2.3. Распространение электромагнитной волны вдоль линии: постоянная распространения, волновое сопротивление	13
2.4. Отражения волн в линиях передачи	15
2.5. Режимы работы линии, формирование стоячих волн в линии.....	18
2.6. Согласование линии с нагрузкой	21
2.7. Фазовая и групповая скорости. Понятие о сигнале.....	22
2.8. Идеальная и реальная линии. Скин-эффект. Эффект близости	28
2.9. Частотная характеристика линии. Измерение погонных параметров линии	34
2.10. Кабельные формирователи импульсов и трансформаторы.....	37
3. Экспериментальная часть	41
3.1. Согласование линии, коэффициент отражения	42
3.2. Измерение АЧХ и ФЧХ коаксиального кабеля	42
3.3. Исследование стоячих волн в двухпроводной линии	44
3.4. Кабельный трансформатор, формирователь импульса	44
4. Задание.....	45
Контрольные вопросы	47
Литература	48

Введение

Практически в любом достаточно сложном электронном устройстве отдельные модули связаны друг с другом с помощью линий передачи сигналов. Это могут быть различные кабели, оптоволокно, волноводы, микрополосковые линии и т.д., материальным носителем информации являются электромагнитные волны. Если линия обладает длиной, превышающей длину электромагнитной волны, передаваемой по линии, в ней проявляются эффекты, не свойственные привычным электрическим цепям: волна может многократно отражаться от концов линии, искажаться при распространении вдоль линии и так далее. Для описания данных явлений требуется рассматривать линию как среду, в которой распространяются электромагнитные волны.

Исторически развитие техники электрической связи (телеграф, телефон) позволило создавать системы связи, соединяющие города, расположенные на расстояниях в тысячи километров. С постройкой подобных систем связано и возникновение *теории линий передачи* или *теории*

длинных линий. В середине XIX века инженеры, разрабатывающие системы связи, столкнулись с явлениями, которые не удавалось описать с помощью теории переменного тока. Искажения сигнала при передаче на большие расстояния связывали с омическими потерями в проводниках и дефектами самой линии. Наиболее остро эти проблемы проявились при прокладке трансатлантического кабеля. Ценой огромных усилий и материальных затрат в середине XIX века кабель удалось проложить.

Однако качество связи оставалось едва ли удовлетворительным. Сообщение, состоящее примерно из 100 слов, передавалось по первому трансатлантическому кабелю более 16 часов. Для выяснения причин наблюдаемых искажений сигнала в кабелях связи пришлось разработать новый подход к описанию распространения электромагнитного поля в линиях передачи.

Общую теорию линий передачи построил Оливер Хевисайд (англ. *Oliver Heaviside*). Применение данной теории позволило понять причины возникновения искажений сигнала в линиях передачи и улучшить характеристики систем телеграфной и телефонной связи. Скорость передачи сообщений по трансатлантическому кабелю, проложенному в 1898 году, достигла 40 слов в минуту. Сегодня, помимо электрических систем связи, теорию линий передачи применяют при проектировании практически любого высокочастотного электронного оборудования, на основе линий передачи строят генераторы сверхмощных наносекундных импульсов. Кроме того, теорию линий передачи можно применять и для решения ряда задач оптики, акустики, биомеханики и всех других задач, сводящихся к одномерному волновому уравнению.

Данная работа нацелена на ознакомление учащихся с наиболее часто встречающимися явлениями, связанными с передачей сигналов по длинным линиям, а также особенностями и приемами работы с линиями передачи сигналов. При выполнении работы учащимся предлагается согласовать линию с нагрузкой, измерить характеристики коаксиального кабеля, исследовать стоячую волну в двухпроводной линии, получить с помощью коаксиального кабеля и источника постоянного напряжения наносекундные импульсы, собрать удвоитель напряжения.

1. Применимость теории, или что такое «длинная линия»

Все математические модели физических процессов принято делить на два класса: модели с сосредоточенными параметрами и модели с распределенными параметрами. На простом примере покажем различие этих двух классов. Рассмотрим реальный колебательный контур, состоящий из конденсатора и катушки индуктивности. И конденсатор, и катушка индуктивности, и проводники, соединяющих их, имеют отличное от нуля

электрическое сопротивление. Кроме того, проводники обладают своей собственной индуктивностью, а так как они неизбежно расположены рядом, между проводниками возникает емкость. Получается, что все основные характеристики контура (индуктивность, емкость, сопротивление) «размазаны» по всему контуру или *распределены* по нему. Правильно было бы учитывать это распределение при теоретическом анализе, однако в этом случае задача становится слишком громоздкой. Математическая модель, описывающая колебательный контур, в данном случае будет относиться к классу *моделей с распределенными параметрами*.

В ряде предельных случаев можно эту задачу упростить, например, если индуктивность и емкость проводников много меньше индуктивности катушки и емкости конденсатора, можно пренебречь индуктивностью и емкостью проводников и считать, что индуктивные и емкостные свойства контура *сосредоточены* в катушке индуктивности и конденсаторе соответственно. Сопротивление также «сосредотачивают» в некий эффективный резистор, которого на самом деле в контуре нет. При этом предполагают, что соединительные проводники становятся идеальными, то есть обладают нулевым сопротивлением и индуктивностью, емкость между ними также считают нулевой. Математическую модель, описывающую данную ситуацию, называют *моделью с сосредоточенными параметрами*. В рассмотренной ситуации модель с сосредоточенными параметрами является упрощением модели с распределенными параметрами, возможна и обратная ситуация.

Например, при описании течения жидкости можно описывать движение отдельных молекул, обладающих массой и подверженных действию различных сил. В этом случае и массы, и силы сосредоточены и «привязаны» к молекулам жидкости. Однако, если не требуется рассчитывать траектории отдельных молекул, а только движение жидкости как целого, проще рассматривать жидкость как сплошную среду. При этом и масса, и силы окажутся «размазаны» по всей жидкости.

В приведенных примерах угадывается одна общая черта: всегда есть некий параметр (или несколько параметров), от величины которого зависит, какой из классов моделей необходимо выбрать для описания системы. Чаще всего этот параметр относится к геометрическому размеру. Так, в случае с жидкостью при описании особенностей течения на расстояниях, сравнимых с размерами молекул, нужно использовать модель с сосредоточенными параметрами. Если же не требуется таких подробностей и можно ограничиться макроскопическим описанием, достаточно модели с распределенными параметрами. В случае с колебательным контуром ситуация аналогична. Емкость между проводниками и их индуктивность

определяются их формой, размерами и взаимным расположением, то есть геометрическими параметрами контура.

Обобщая, можно сказать, что выбор того или иного класса модели определяется двумя пространственными характеристиками: неким характерным размером (размер молекул для задачи о жидкости и размер контура для задачи о контуре) и целью теоретического исследования – на каком пространственном масштабе требуется описывать физические процессы. Важны даже не сами пространственные характеристики, а их отношение (сравними или одна много больше другой).

Кроме того, при рассмотрении всех процессов, связанных с распространением каких-либо возмущений в среде, требуется также учитывать конечность скорости распространения возмущения. Таким образом, характерным параметром системы становится расстояние Δx , которое успевает пройти возмущение в данной среде за некоторый отрезок времени Δt . При этом любое периодическое возмущение в среде можно с помощью преобразования Фурье (франц. *Jean Baptiste Joseph Fourier*) представить в виде суперпозиции гармонических возмущений. В качестве масштабного отрезка времени обычно выбирают наименьший из периодов колебаний гармонических компонент сложного возмущения. Вполне естественно, рассматривая волновые процессы, описывать состояние системы с пространственным разрешением, сравнимым с наименьшей длиной гармонической волны λ . Так как в подавляющем большинстве практических задач фазовая скорость гармонической волны V_ϕ , задаваемая соотношением $f\lambda = V_\phi$ (f – частота), мало отличается от групповой скорости (скорости распространения возмущения $V_{gp} = \Delta x/\Delta t$), расстояние, проходимое гармонической волной за период, примерно равно длине волны ($\Delta x \sim \lambda$). Это позволяет при выборе того или иного класса моделей использовать в качестве характерного параметра системы лишь одну величину – длину волны.

Итак, будем решать задачу о распространении гармонической электромагнитной волны вдоль линии передачи с геометрическими размерами по каждой из осей ξ , η , ζ , пусть также известна длина волны λ . Будем описывать процессы на масштабах, сравнимых с длиной волны. В самом общем случае для решения данной задачи требуется составлять модель с распределенными параметрами (это свойственно всем задачам об описании волновых процессов, а распространение электромагнитного поля вдоль линии – волновой процесс). Рассмотрим частый случай. Пусть любые два размера линии много меньше длины волны, а третий – сравним или много больше. Например, $\eta \ll \lambda$, $\zeta \ll \lambda$, а для третьего параметра выполнено $\xi \sim \lambda$ или $\xi \gg \lambda$. В таком случае можно считать, что электрическая и магнитная компоненты волны вдоль осей, соответствующих параметрам η и ζ , изменяются практически мгновенно (то есть можно прене-

бречь конечностью времени распространения волны вдоль данных осей). При этом фаза волны при движении вдоль η и ζ неизменна (изменения станут заметны лишь на расстояниях, сравнимых с λ). Тогда для описания изменений поля вдоль осей η и ζ можно использовать решение задач электро- и магнитостатики, не учитывающих волновых свойств. В то же время для оси, соответствующей параметру ξ , нужно учитывать волновые свойства. Таким образом, исходная трехмерная задача свелась к одномерной задаче о распространении волны и двумерной задаче электро- и магнитостатики. Именно для такой ситуации и была разработана теория длинных линий, описанная ниже. Приведенные условия на размеры линии являются условиями применимости теории длинных линий, при этом линия рассматривается с точки зрения модели с распределенными параметрами. В данном случае модель с распределенными параметрами является более общей.

Если же кроме условий $\eta \ll \lambda$, $\zeta \ll \lambda$ выполняется еще и условие $\xi \ll \lambda$, теория длинных линий также остается справедливой, но в этом случае удобнее и проще использовать модель с сосредоточенными параметрами, в которой линия будет представляться обычным проводником, обладающим некоторым сопротивлением, электромагнитные волны вдоль которого распространяются мгновенно, не приобретая при этом дополнительного набега фазы.

Также при выполнении условий $\xi \sim \lambda$ или $\xi \gg \lambda$ участок линии $\Delta\xi \ll \lambda$ можно описывать с позиций модели с сосредоточенными параметрами, что позволяет упростить выкладки. Именно этот прием используется при выводе основных соотношений теории длинных линий и позволяет не решать «с нуля» уравнения Максвелла (англ. *James Clerk Maxwell*) при построении теории.

2. Вывод основных соотношений

2.1. Телеграфные уравнения

В качестве примера рассмотрим двухпроводную линию (двухпроводную линию с воздушной изоляцией также называют иногда линией Лехера (нем. *Ernst Lecher*) по имени исследователя, разработавшего теорию для описания электромагнитных процессов в такой линии) (рис. 1). Для других типов линий справедливы те же выкладки и результаты.

Будем рассматривать участок линии, длина которого dx много меньше длины распространяющейся по линии волны λ . В таком случае для него выполняются правила Кирхгофа (нем. *Gustav Robert Kirchhoff*), используется модель с сосредоточенными параметрами. Также будем считать линию такой, что ее индуктивность, емкость, сопротивление, проводимость изоляции линейно увеличиваются с ростом длины рассматриваемого

участка, в таком случае для описания линии можно ввести **постоянные погонные** параметры: R_x, L_x, C_x, G_x .

Особое внимание следует обратить на следующее. Суммарное значение сопротивления, индуктивности, емкости или проводимости изоляции для линии произвольной длины l является произведением соответствующего погонного параметра на длину. Именно поэтому для описания изоляции используется не ее сопротивление, а проводимость.

При расчетах воспользуемся методом узловых потенциалов, который позволяет несколько упростить исходную систему уравнений Кирхгофа. Суть метода заключается в том, что вместо падений напряжения на участках цепи вводят потенциалы узлов. Сначала записывают уравнения баланса токов для интересующих узлов цепи. Далее, используя определение импеданса или комплексной проводимости (адмитанса), в получившиеся уравнения вместо токов подставляют их выражения, записанные через потенциалы узлов. При этом полагают, что потенциалы всех узлов отсчитываются от одного уровня (потенциал определяется с точностью до произвольной константы, измеряемой же характеристикой является напряжение – разность потенциалов).

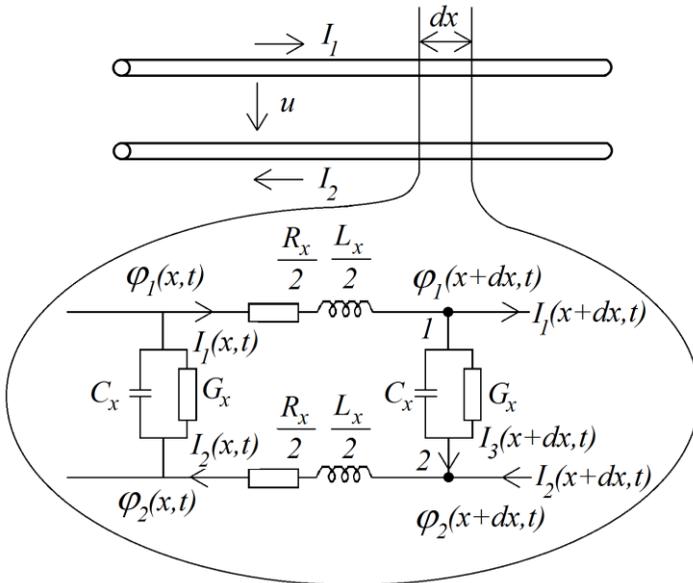


Рис. 1. Эквивалентная электрическая схема участка линии

Записываем уравнения баланса токов для узлов 1 и 2 (рис. 1):

$$\begin{cases} I_1(x, t) = I_1(x + dx, t) + I_3(x + dx, t), \\ I_2(x + dx, t) + I_3(x + dx, t) = I_2(x, t). \end{cases}$$

Систему дополняют выражения для токов, записанные через узловые потенциалы:

$$\begin{cases} \varphi_1(x, t) - \varphi_1(x + dx, t) = dx \left(\frac{R_x}{2} + \frac{L_x}{2} \frac{\partial}{\partial t} \right) I_1(x, t), \\ I_3(x + dx, t) = dx \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) [\varphi_1(x + dx, t) - \varphi_2(x + dx, t)], \\ dx \left(\frac{R_x}{2} + \frac{L_x}{2} \frac{\partial}{\partial t} \right) I_2(x, t) = \varphi_2(x + dx, t) - \varphi_2(x, t). \end{cases}$$

Прежде чем подставлять выражения для токов в систему, запишем для них первое (линейное) приближение (для потенциалов аналогично):

$$\begin{aligned} I_1(x + dx, t) &= I_1(x, t) + dx \frac{\partial I_1(x, t)}{\partial x}, \\ I_2(x + dx, t) &= I_2(x, t) + dx \frac{\partial I_2(x, t)}{\partial x}. \end{aligned}$$

Тогда систему можно записать в виде

$$\begin{cases} I_3(x + dx, t) = -dx \frac{\partial I_1(x, t)}{\partial x}, \\ I_3(x + dx, t) = -dx \frac{\partial I_2(x, t)}{\partial x}, \\ -dx \frac{\partial \varphi_1(x, t)}{\partial x} = dx \left(\frac{R_x}{2} + \frac{L_x}{2} \frac{\partial}{\partial t} \right) I_1(x, t), \\ dx \left(\frac{R_x}{2} + \frac{L_x}{2} \frac{\partial}{\partial t} \right) I_2(x, t) = dx \frac{\partial \varphi_2(x, t)}{\partial x}, \\ I_3(x + dx, t) = dx \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[\varphi_1(x, t) + dx \frac{\partial \varphi_1(x, t)}{\partial x} - \varphi_2(x, t) - dx \frac{\partial \varphi_2(x, t)}{\partial x} \right]. \end{cases}$$

Из первых двух уравнений получившейся системы следует $\frac{\partial I_1(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial I_2(x, t)}{\partial x} \Rightarrow I_1(x, t) = I_2(x, t) + \Delta(t)$, где $\Delta(t)$ – некоторая компонента тока, которая не зависит от координаты, но, возможно, зависит от времени. Проверим, возможно ли, что разница между токами, текущими по проводам двухпроводной линии зависит от времени, но не

зависит от координаты. Предположим, что в некоторый момент времени в некоторой точке линии $\Delta(t)$ изменилась, тогда в любой другой сколь угодно удаленной точке линии токи должны мгновенно и точно так же измениться. Но это невозможно, так как изменение токов может быть вызвано только изменением электрического поля, а все электромагнитные волны (изменения электромагнитного поля) распространяются с конечной скоростью. Значит, $\Delta(t)$ от времени также не зависит и может быть только постоянной величиной. Это не противоречит физическому смыслу решения: можно передавать переменный ток по двухпроводной линии, при этом дополнительно пропуская постоянный ток только по одному из проводов, но на практике так почти никогда не делают, поэтому будем считать $\Delta(t) \equiv 0$, $I_1(x,t) = I_2(x,t)$. Таким образом, ток, протекающий по одному проводу линии, в любой момент времени в любой точке линии в точности равен току в этой же точке, протекающему по второму проводу линии, токи направлены противоположно. Далее будем опускать индекс для токов. Также введем обозначение для **напряжения между проводами линии** $u(x,t) = \varphi_1(x,t) - \varphi_2(x,t)$, при работе с линиями передачи сигналов измеряется именно эта характеристика, а не потенциалы или напряжения между различными участками одного и того же провода.

Исключая $I_3(x+dx,t)$, систему можно свести к следующим уравнениям:

$$\begin{cases} -dx \frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = dx \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[u(x,t) + dx \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right], \\ -dx \frac{\partial \varphi_1(x,t)}{\partial x} = dx \left(\frac{R_x}{2} + \frac{L_x}{2} \frac{\partial}{\partial t} \right) I(x,t), \\ dx \frac{\partial \varphi_2(x,t)}{\partial x} = dx \left(\frac{R_x}{2} + \frac{L_x}{2} \frac{\partial}{\partial t} \right) I(x,t). \end{cases}$$

Прибавим ко второму уравнению третье и, пренебрегая слагаемыми, содержащими $(dx)^2$, в пределе $dx \rightarrow 0$ получим

$$\begin{cases} -\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) u(x,t), \\ -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \left(R_x + L_x \frac{\partial}{\partial t} \right) I(x,t). \end{cases} \quad (1)$$

Данную систему называют системой **телеграфных уравнений**, она является основой теории длинных линий. Следует отметить, что данные уравнения справедливы только для **однородных линий** (также иногда называемых **регулярными**), то есть таких, для которых погонные параметры в любой точке линии одинаковы. При наличии в линии дефектов на

поврежденном участке изменяются погонные параметры, и такую ситуацию следует рассматривать как соединение регулярных линий с разными погонными параметрами.

Также стоит отметить, что в случае рассмотрения несимметричных линий (например, у коаксиального кабеля погонные сопротивления центральной жилы и экрана различны) уравнения не изменятся. В телеграфные уравнения входят **суммарные** индуктивность, емкость, проводимость изоляции и сопротивление участка линии, между различными частями внутри данного участка параметры могут быть распределены неравномерно. Полученный выше вывод о равенстве токов, текущих по разным проводам линии, также справедлив и для несимметричных линий.

2.2. Решение системы телеграфных уравнений

Решим задачу о распространении волны напряжения вдоль линии. Избавимся от одной из переменных системы (1). Для этого продифференцируем второе уравнение системы (1) по x и подставим результат в первое уравнение системы (1); в этом случае получим

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \left(R_x + L_x \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) u(x,t). \quad (2)$$

Данное уравнение описывает распространение волны напряжения вдоль линии. Аналогично можно получить уравнение, описывающее распространение волны тока, полученное уравнение будет иметь такой же вид.

Легко заметить, что при отсутствии в линии потерь ($R_x = G_x = 0$) уравнение (2) переходит в волновое, решение которого известно. Для решения в общем случае ($R_x \neq 0, G_x \neq 0$) воспользуемся следующим приемом: избавимся от дифференцирования по времени, сведя уравнение (2) к уравнению относительно только пространственной переменной.

Разумеется, форма напряжения (зависимость напряжения от времени), подаваемого генератором в линию, известна, требуется найти напряжение между проводами в произвольной точке линии в произвольный момент времени. Поместим генератор в точку линии $x = 0$. Для простоты изложения будем считать, что напряжение изменяется периодически. В таком случае его можно представить в виде суммы синусоид:

$$u(0,t) = \sum_n A(0, \omega_n) e^{i\omega_n t}. \text{ Задача будет решена, если удастся найти за-}$$

кон распространения для каждой компоненты напряжения $A(x, \omega_n) e^{i\omega_n t}$, тогда напряжение в заданной точке линии в заданный момент времени можно будет восстановить, проведя суммирование по всем компонентам. В силу линейности уравнения (2) (и свойств линии как среды распространения электромагнитного возмущения) каждая компонента напряжения

при распространении вдоль линии не влияет на другие и может рассматриваться отдельно. Тогда для произвольной точки в произвольный момент времени можно записать:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_n A(x, \omega_n) e^{i\omega_n t} = \left(R_x + L_x \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) \sum_n A(x, \omega_n) e^{i\omega_n t}.$$

Перенесем все слагаемые влево, в силу линейности операции дифференцирования можно записать:

$$\sum_n \left[e^{i\omega_n t} \frac{\partial^2 A(x, \omega_n)}{\partial x^2} - \left(R_x + L_x \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(G_x + C_x \frac{\partial}{\partial t} \right) A(x, \omega_n) e^{i\omega_n t} \right] = 0.$$

Так как все параметры, входящие в данное уравнение, могут принимать любые значения, а уравнение при этом остается справедливо, следовательно, каждое из слагаемых суммы равно нулю. Таким образом, уравнение сводится к системе однотипных независимых уравнений, каждое из которых описывает распространение компонент, соответствующей частоте ω_n . Выполняя дифференцирование по времени в каждом из уравнений и сокращая на $e^{i\omega_n t}$, получим

$$\frac{\partial^2 A(x, \omega_n)}{\partial x^2} - (R_x + i\omega_n L_x)(G_x + i\omega_n C_x) A(x, \omega_n) = 0.$$

Так как все уравнения однотипны, достаточно решить одно из них и найти вид функции $A(x, \omega)$, а затем подставить вместо ω соответствующую частоту ω_n . Введем обозначение

$$\gamma(\omega) = \sqrt{(R_x + i\omega L_x)(G_x + i\omega C_x)}. \quad (3)$$

Получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 A(x, \omega)}{\partial x^2} - [\gamma(\omega)]^2 A(x, \omega) = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) – однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и одной независимой переменной x . Решение данного уравнения известно:

$$A(x, \omega) = C_1 sh[\gamma(\omega)x] + C_2 ch[\gamma(\omega)x],$$

где C_1 и C_2 – комплексные постоянные, определяемые из граничных и начальных условий, каждой частоте соответствует свой набор постоянных.

Для окончательного решения задачи о распространении волны напряжения вдоль линии остается произвести суммирование:

$$u(x, t) = \sum_n \{ C_{1n} sh[\gamma(\omega_n)x] + C_{2n} ch[\gamma(\omega_n)x] \} e^{i\omega_n t}.$$

При рассмотрении непериодических волн напряжения произвольной формы задача решается аналогично, сумму $u(x, t) = \sum_n A(x, \omega_n) e^{i\omega_n t}$

следует заменить интегралом обратного преобразования Фурье

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, \omega) e^{i\omega t} d\omega \text{ и, где необходимо, воспользоваться ли-}$$

нейностью интеграла и формулой дифференцирования по параметру (все условия, «разрешающие» применение формулы, для реальных ситуаций всегда выполняются). Тогда, как и в случае периодических волн, приходим к уравнению (4). Читателю предлагается провести соответствующие выкладки самостоятельно.

2.3. Распространение электромагнитной волны вдоль линии: постоянная распространения, волновое сопротивление

Для дальнейшего анализа перепишем решение уравнения (4) в виде

$$A(x, \omega) = \frac{C_2 - C_1}{2} e^{-\gamma(\omega)x} + \frac{C_2 + C_1}{2} e^{\gamma(\omega)x} = A_1 e^{-\gamma(\omega)x} + A_2 e^{\gamma(\omega)x}. \quad (5)$$

Каждой частоте соответствуют свой набор значений A_1, A_2 , определяемых из граничных условий, *величины A_1 и A_2 определяются только частотой, длиной линии, ее свойствами и граничными условиями, но не зависят от времени или координаты.*

Соответствующая данной частоте компонента волны записывается следующим образом: $A(x, \omega) e^{i\omega t} = A_1 e^{-\alpha(\omega)x} e^{i(\alpha t - \beta(\omega)x)} + A_2 e^{\alpha(\omega)x} e^{i(\alpha t + \beta(\omega)x)}$.

Здесь были введены обозначения для действительной и мнимой частей параметра $\gamma(\omega)$, именуемого *постоянной распространения*:

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + i\beta(\omega). \quad (6)$$

Название выбрано неслучайно и говорит о том, что в этом параметре содержится вся информация, необходимая для описания распространения волны. Параметр $\alpha(\omega)$ называют *затуханием на частоте f* , где $f = \omega/2\pi$. Данный параметр показывает, насколько изменяется амплитуда синусоидальной волны при распространении вдоль линии. Параметр $\beta(\omega)$ называют *фазовой постоянной на частоте f* . Данный параметр отражает изменение фазы волны при распространении вдоль линии. Нетрудно заметить, что фазовая постоянная также является волновым числом для данной волны, а значит, длина волны определяется фазовой постоянной: $\lambda(\omega) = 2\pi/\beta(\omega)$.

Так как $\gamma(\omega)$ является корнем комплексного числа, для этой постоянной возможны два значения, отличающиеся знаком. Для определенности будем выбирать такое, что $\alpha(\omega) > 0$. Если $\alpha(\omega) = 0$, выбираем $\beta(\omega) > 0$.

Использование второго корня не изменит ни конечного решения, ни выводов о физическом смысле тех или иных параметров, главное – в процессе рассуждений не «перепрыгивать» с одного корня на другой и всегда придерживаться только одного выбранного варианта.

Таким образом, каждая компонента сложной волны, распространяющейся по линии, является суммой двух бегущих волн. Первое слагаемое (5) отвечает волне, распространяющейся в направлении оси абсцисс, второе – волне, распространяющейся против направления оси. Первую принято называть *падающей* (распространяется от генератора, который обычно располагают в начале координат), вторую – *отраженной*. Падающая волна при удалении от генератора экспоненциально затухает. Отраженной волны (как и падающей) может и не быть в результирующем колебании электромагнитного поля – все определяется граничными и начальными условиями.

Для практических нужд также используют параметр линии, позволяющий связать напряжение между проводами линии и ток в них – *волновое сопротивление* (также иногда именуемое *волновым* или *характеристическим импедансом*). Продемонстрируем вывод данного параметра.

Рассмотрим следующую задачу: известно напряжение в каждой точке линии в любой заданный момент времени (найдено выше), требуется найти ток в заданной точке линии в заданный момент времени. Как и выше, будем рассматривать периодические волны напряжения. В таком случае ток также будет периодическим. Значит, ток в произвольной точке линии в произвольный момент времени можно представить в виде суммы независимых колебаний:

$$I(x, t) = \sum_n B(x, \omega_n) e^{i\omega_n t}. \quad (7)$$

Для решения задачи достаточно найти вид функции $B(x, \omega)$. Выразим ее через $A(x, \omega)$. Подставим выражения напряжения и тока через сумму компонент с разными частотами во второе уравнение системы (1), после дифференцирования и приведения подобных слагаемых получаем

$$\sum_n \left[\frac{\partial A(x, \omega_n)}{\partial x} + (R_x + i\omega_n L_x) B(x, \omega_n) \right] e^{i\omega_n t} = 0.$$
 Так как параметры и независимые переменные могут принимать любые значения и для каждой комбинации параметров данное соотношение справедливо, следовательно, для каждого слагаемого должно выполняться условие

$$\frac{\partial A(x, \omega_n)}{\partial x} + (R_x + i\omega_n L_x) B(x, \omega_n) = 0. \quad (8)$$

Как и прежде, применяя разложение в ряд Фурье, удалось исключить независимую переменную t . Так как для каждой компоненты волны вид

уравнения одинаков, можно рассмотреть лишь одну из компонент. Приведенные ниже выкладки будут справедливы и для остальных компонент, поэтому в выкладках отбросим индекс n .

Для комплексной амплитуды произвольной компоненты напряжения справедливо соотношение (5). Подставляя его в соотношение (8), получаем $-A_1\gamma(\omega)e^{-\gamma(\omega)x} + A_2\gamma(\omega)e^{\gamma(\omega)x} + (R_x + i\omega L_x)B(x, \omega) = 0$. Выражая комплексную амплитуду тока, находим

$$B(x, \omega) = (A_1e^{-\gamma(\omega)x} - A_2e^{\gamma(\omega)x}) / \Omega(\omega), \quad (9)$$

$$\text{где } \Omega(\omega) = (R_x + i\omega L_x) / \gamma(\omega) = \sqrt{(R_x + i\omega L_x) / (G_x + i\omega C_x)}. \quad (10)$$

Параметр $\Omega(\omega)$ называют **волновым сопротивлением (или характеристическим импедансом)**, как и прежде, в (10) при извлечении корня выбираем из двух значений то, у которого действительная часть не отрицательна. Физический смысл и смысл названия легко понять, если рассмотреть случай, *когда отраженная волна отсутствует* ($A_2 = 0$). Тогда **волновое сопротивление есть отношение комплексных амплитуд напряжения между проводами линии и тока в линии для синусоидальной компоненты сложной электромагнитной волны, соответствующей частоте ω** .

Все приведенные в данном параграфе соотношения и выводы справедливы и для непериодических волн. Для рассмотрения этого случая следует суммирование ряда Фурье заменить интегрированием и воспользоваться формулой дифференцирования по параметру. Читателю предлагается провести соответствующие выкладки самостоятельно.

Постоянная распространения и волновое сопротивление не являются взаимозаменяемыми параметрами, но в определенном смысле дополняют друг друга. Если постоянной распространения можно описать распространение электромагнитной волны вдоль линии, то волновое сопротивление чаще используется при анализе процессов отражения волн в линии. Однако для тех же целей можно использовать и постоянную распространения. Анализу отражений посвящен следующий параграф.

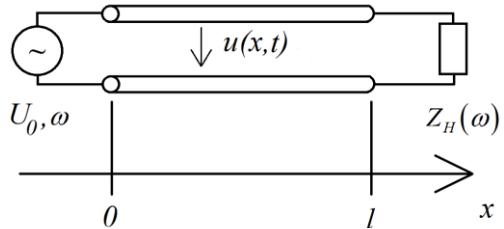


Рис. 2. Схема подключения линии

2.4. Отражения волн в линиях передачи

В предыдущих параграфах было найдено общее решение системы телеграфных уравнений, для нахождения констант требуется дополнить

задачу граничными и начальными условиями. Рассмотрим следующую ситуацию (рис. 2): линия длиной l на левом конце соединена с генератором синусоидального напряжения заданной частоты ω , на правом – с нагрузкой, обладающей импедансом $Z_H(\omega)$, начало координат соответствует положению генератора. В заданной точке линии в заданный момент времени напряжение описывается соотношением

$$u(x, t) = \left(A_1 e^{-\gamma(\omega)x} + A_2 e^{\gamma(\omega)x} \right) e^{i\omega t}. \quad (11)$$

Граничные условия могут быть записаны следующим образом (использовано определение импеданса): $u(0, t) = U_0 e^{i\omega t}$, $u(l, t) = Z_H(\omega) I(l, t)$. Воспользовавшись граничными условиями, найденными выше соотношениями для тока (7), (9) и зависимостью напряжения от времени и координаты (11), получаем

$$\begin{cases} U_0 e^{i\omega t} = (A_1 + A_2) e^{i\omega t}, \\ \left(A_1 e^{-\gamma(\omega)l} + A_2 e^{\gamma(\omega)l} \right) e^{i\omega t} = e^{i\omega t} \left(A_1 e^{-\gamma(\omega)l} - A_2 e^{\gamma(\omega)l} \right) Z_H(\omega) / \Omega(\omega). \end{cases}$$

Решая данную систему, находим

$$\begin{cases} A_1 = U_0 \frac{-e^{\gamma(\omega)l} [1 + Z_H(\omega) / \Omega(\omega)]}{e^{-\gamma(\omega)l} [1 - Z_H(\omega) / \Omega(\omega)] - e^{\gamma(\omega)l} [1 + Z_H(\omega) / \Omega(\omega)]}, \\ A_2 = U_0 \frac{e^{-\gamma(\omega)l} [1 - Z_H(\omega) / \Omega(\omega)]}{e^{-\gamma(\omega)l} [1 - Z_H(\omega) / \Omega(\omega)] - e^{\gamma(\omega)l} [1 + Z_H(\omega) / \Omega(\omega)]}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь стоит обратить внимание на следующее: **отраженная волна появляется в той точке, где линия соединяется с нагрузкой.**

В появлении отраженной волны «виновата» нагрузка, это позволяет использовать вместо громоздкого соотношения (12) более удобное понятие **коэффициента отражения по напряжению** r_u . Обозначим $u_{над}(x, t) = A_1 e^{-\gamma(\omega)x} e^{i\omega t}$, $u_{omp}(x, t) = A_2 e^{\gamma(\omega)x} e^{i\omega t}$, введем коэффициент отражения как

$$r_u(\omega) = u_{omp}(l, t) / u_{над}(l, t), \quad (13)$$

тогда $u(l, t) = u_{над}(l, t) + u_{omp}(l, t) = u_{над}(l, t)(1 + r_u(\omega))$. Выполняя подстановки выражений для комплексных амплитуд падающей и отраженной волны (12) в определение коэффициента отражения (13), после арифметических преобразований получаем

$$r_u(\omega) = [Z_H(\omega) - \Omega(\omega)] / [Z_H(\omega) + \Omega(\omega)]. \quad (14)$$

Как и следовало ожидать, коэффициент отражения не зависит от длины линии, затухания или времени и определяется только волновым сопро-

тивлением линии и импедансом нагрузки. В общем случае коэффициент отражения – **комплексное число, зависящее от частоты**.

Аналогично можно ввести **коэффициент отражения по току** $r_I(\omega) = I_{\text{отп}}(l,t)/I_{\text{над}}(l,t) = [\Omega(\omega) - Z_H(\omega)]/[\Omega(\omega) + Z_H(\omega)]$. Легко заметить, что для коэффициентов отражения по току и напряжению выполняется универсальное соотношение $r_I(\omega) = -r_U(\omega)$.

Так как компоненты напряжения (или тока) с разными частотами распространяются вдоль линии **независимо друг от друга**, для каждой из компонент можно найти комплексные амплитуды и ввести **коэффициенты отражения**, которые в общем случае **для разных частот будут разными**. Падающая волна в этом случае вводится как сумма всех волн, распространяющихся в направлении от генератора, отраженная – сумма всех волн, распространяющихся по направлению к генератору. В случае непериодических волн сумму при теоретическом анализе следует заменить интегралом обратного преобразования Фурье. В любом случае **напряжение (или ток) в заданной точке линии является результатом сложения всех компонент, включая отраженные**. В ряде частных случаев может оказаться, что коэффициент отражения не зависит от частоты. Тогда его можно вынести из-под знака суммы (или интеграла) и относить не к определенной компоненте, а к волне в целом.

Отдельно стоит отметить, что генератор, обладая определенным собственным импедансом, также является источником отраженных волн. В результате процесс установления напряжений и токов в линии можно описать так: волна, добежав до нагрузки, отражается от нее, возвращается к генератору, снова отражается и движется в сторону нагрузки, отражается от нее... Многократно проходя вдоль линии, волна неизбежно затухает и на каком-то из проходов рассеется полностью. В итоге установится некоторая стационарная (не изменяющаяся с течением времени) картина напряжения и токов в линии, сами напряжения и токи при этом, естественно, остаются переменными. Установившуюся картину рассмотрим в следующем параграфе.

В качестве источников отражений, помимо концов линии, также выступают дефекты линии. Другими словами, **любой участок линии, при переходе через который каким-либо образом изменяется постоянная распространения, будет приводить к появлению отражений. После отражения от любого из вариантов «препятствия» отраженная волна распространяется по линии независимо от того, что происходит с «препятствием» или падающей волной в дальнейшем, являясь столь же «самостоятельным» возмущением, как и падающая волна, не «чувствующая» генератора после того, как начала распространяться вдоль линии.**

2.5. Режимы работы линии, формирование стоячих волн в линии

В данном параграфе будем рассматривать только напряжение между проводами линии, для токов изложенное ниже также справедливо, анализ проводится аналогично. Будем рассматривать стационарную картину, в нашем случае это означает, что комплексные амплитуды всех компонент напряжения не изменяются с течением времени.

Используя выражение (14), проанализируем возможные варианты отражения волн напряжения (или тока) в линии от нагрузки.

Можно выделить несколько предельных случаев. Первый вариант – в качестве нагрузки к линии подключен шунт с нулевым сопротивлением (или в нагрузке произошло короткое замыкание, или два провода линии просто соединили, и никакой нагрузки нет вовсе). Во всех случаях это значит, что $Z_H = 0$. Тогда $r_u = -1$, амплитуда отраженной волны в точности равна амплитуде падающей волны, но имеет обратный знак (рис. 3а). Отраженная волна «перевернута». Напряжение вблизи правого конца линии, являющееся суммой падающей и отраженной волны, равно 0. По мере приближения к генератору из-за затухания отраженной волны напряжение приближается к задаваемому генератором и в точности равно ему на левом конце линии. **Энергия в нагрузку не передается и полностью рассеивается в линии и на внутреннем сопротивлении генератора. В линии формируется стоячая волна.** Данный режим работы линии называют **режимом короткого замыкания**. При работе в импульсном режиме импульс, отражаясь от нагрузки, переворачивается и возвращается к генератору, несколько уменьшаясь по амплитуде из-за потерь в линии.

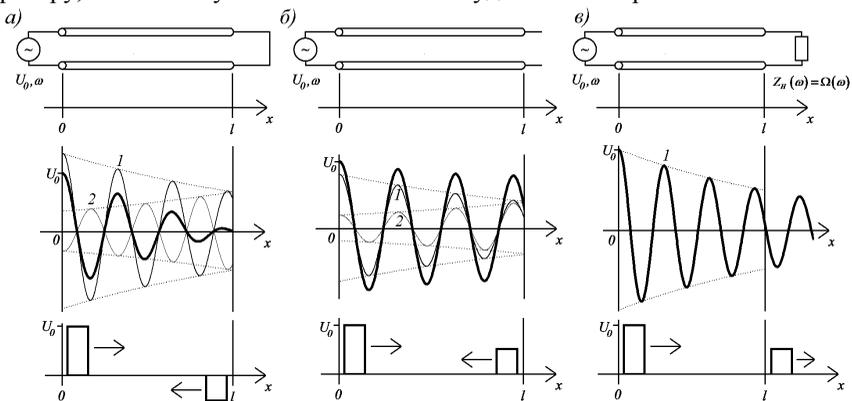


Рис. 3. Режимы работы линии: а) режим короткого замыкания, б) режим холостого хода, в) режим согласованной работы.

1 – падающая волна, 2 – отраженная волна.

Толстой линией выделены результирующие колебания

Второй вариант – к линии ничего не подключено, то есть ток через «нагрузку» равен нулю. В терминах импеданса это обозначает, что $Z_H \rightarrow \infty$, тогда $r_u = 1$, амплитуда отраженной волны в точности равна амплитуде падающей волны (рис. 3б). Амплитуда напряжения вблизи правого конца линии, являющейся суммой падающей и отраженной волн, в два раза превышает амплитуду падающей волны. **Энергия в нагрузку не передается и полностью рассеивается в линии и на внутреннем сопротивлении генератора. В линии формируется стоячая волна.** Данный режим работы линии называют **режимом холостого хода**. При работе в импульсном режиме отраженный от нагрузки импульс имеет ту же полярность, что и поданный в линию генератором.

Также возможен третий вариант (рис. 3в) – импеданс нагрузки в точности равен волновому сопротивлению линии $Z_H(\omega) = \Omega(\omega)$. Тогда $r_u(\omega) = 0$. **Отраженная волна отсутствует. Энергия практически полностью передается от генератора в нагрузку, лишь немного рассеиваясь в линии.** Данный режим работы линии называют **режимом согласованной работы** (или **работой на согласованную нагрузку**).

Все остальные ситуации являются промежуточными между какими-либо двумя вариантами из трех описанных выше.

Рассмотрим более подробно процесс формирования стоячей волны в режиме холостого хода (для режима короткого замыкания – аналогично). Следует отметить, что рассматривать данный вопрос имеет смысл только в случае синусоидальных напряжений или токов. В случае несинусоидальных колебаний каждая компонента будет формировать стоячую волну, возможные суммарные картины колебаний в этом случае оказываются довольно сложными и разнообразными и своего специального названия не имеют.

Для упрощения будем полагать затухание достаточно малым, чтобы им можно было пренебречь на всей длине линии ($\alpha(\omega)l \ll 1$). Также будем использовать действительную форму записи.

При описанных условиях в произвольной точке линии в произвольный момент времени, используя известное тригонометрическое соотношение, получаем

$$u(x, t) = U_0 \sin(\omega t - \beta x) + U_0 \sin(\omega t + \beta x) = 2U_0 \cos(\beta x) \sin(\omega t).$$

Данное выражение описывает **стоячую волну**. Пространственная и временная переменные «разделились». Нетрудно убедиться в том, что данная волна не перемещается вдоль линии; предлагаем читателю сделать это самостоятельно. **Данная волна не перемещается вдоль линии, а значит, нет и переноса энергии вдоль линии.** Существуют определенные значения координаты, в которых амплитуда колебаний равна нулю, говорят, что в данной точке находится **узел стоячей волны**. Также нетрудно

догадаться, что существуют и точки с максимальной амплитудой, про них говорят, что в данной точке находится **пучность стоячей волны**. Расстояние от одного узла до ближайшего соседнего (для пучностей – аналогично) равно половине длины волны (рис. 4).

Выше были описаны режимы короткого замыкания, холостого хода и согласованной нагрузки. При рассмотрении промежуточных вариантов для случая синусоидальных напряжений (или токов) суммарная картина колебаний в линии может быть представлена в виде суперпозиции бегущей и стоячей волны. В данном случае говорят, что в линии сформировалась **смешанная волна**. Минимум амплитуды колебаний в смешанной волне не достигает нуля.

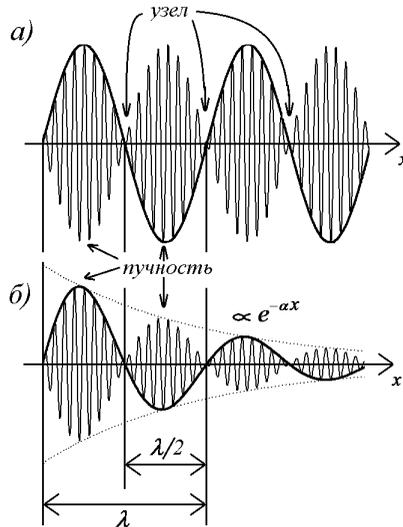


Рис. 4. Формирование стоячей волны:
а) при отсутствии затухания,
б) с учетом затухания

На практике для описания точности согласования часто используют **коэффициент бегущей волны (КБВ)** и **коэффициент стоячей волны (КСВ)**, $КСВ = 1/КБВ$. Данные коэффициенты могут быть использованы как для описания волн напряжения, так и волн тока (для тока вводятся аналогично). Чаще используются коэффициенты стоячей и бегущей волны по напряжению ($КСВН$ и $КБВН$ соответственно). Далее о них и пойдет речь. Предполагается, что можно пренебречь затуханием на всей длине линии ($\alpha(\omega)l \ll 1$).

По определению $КСВН$ есть отношение минимума амплитуды колебаний напряжения в смешанной волне к максимуму $КСВН = |U|_{\min}/|U|_{\max}$. Для измерения $КСВН$ или $КБВН$ регистрируют изменение амплитуды колебаний напряжения вдоль линии, на полученной зависимости находят минимальное и максимальное значения, рассчитывают их отношение.

При отсутствии затухания

$$КСВН = (|U|_{нао} - |U|_{опр}) / (|U|_{нао} + |U|_{опр}) = (1 - |r_u(\omega)|) / (1 + |r_u(\omega)|).$$

В случае чисто действительных волнового сопротивления и импеданса нагрузки, подставив выражение (14) и выполнив арифметические преоб-

разования, получаем $K_{БВН} = \Omega/Z_H$. Наилучшее согласование достигается при $K_{БВ} = K_{СВ} = 1$.

$K_{СВ}$ и $K_{БВ}$ используют для измерения волнового сопротивления линий или волноводов в тех случаях, когда это не удастся сделать другим способом. Также измерения $K_{СВ}$ и $K_{БВ}$ часто проводят при настройке радиоаппаратуры, при согласовании антенны с передатчиком.

2.6. Согласование линии с нагрузкой

Так как отраженная (как и падающая) волна переносит с собой энергию электромагнитного поля, при отражении от нагрузки часть энергии передается в нагрузку, часть уносится отраженной волной обратно в линию. Рассеиваясь в линии, волны передают часть переносимой ими энергии самой линии – линия нагревается. В итоге может сложиться такая ситуация, что почти вся энергия, переданная генератором в линию, пошла на нагрев линии, в нагрузку же энергия передана не была. Это совершенно недопустимо. Для согласования линии с волновым сопротивлением $\Omega(\omega)$ с нагрузкой $Z_H(\omega)$ (изначально несогласованных) может быть использован один из перечисленных ниже приемов. В качестве нагрузки может выступать не электрическая схема, а другая линия, в этом случае говорят о *согласовании линий*.

Самый простой и универсальный способ выполнить условие согласования состоит в подключении последовательно или параллельно с нагрузкой дополнительного импеданса $Z_{доп}(\omega)$, такого, чтобы $\Omega(\omega) = Z_H(\omega) + Z_{доп}(\omega)$ при последовательном соединении и $\Omega(\omega) = Z_H(\omega)Z_{доп}(\omega)/[Z_H(\omega) + Z_{доп}(\omega)]$ при параллельном соединении (рис. 5а). Выбор между последовательным или параллельным соединением определяется удобством конструирования схемы, обладающей импедансом $Z_{доп}(\omega)$. В ряде случаев выбора вообще не будет. Так, например, если нагрузкой является резистор с сопротивлением 100 Ом и линия имеет чисто действительное и не зависящее от частоты волновое сопротивление 75 Ом, добиться согласования последовательным подключением дополнительных резисторов в принципе невозможно. Остается только вариант с параллельным соединением, позволяющим снизить суммарное сопротивление.

Данный способ согласования имеет как достоинства, так и недостатки. К достоинствам можно отнести возможность согласования линии сразу для всех частот (а значит, для сложных негармонических волн с широким спектром). Другие способы согласования работают лишь для фиксированных частот и могут применяться лишь для волн с узким спектром. К недостаткам следует отнести отбор дополнительным импедансом части энергии, предназначавшейся нагрузке. Снизить отбор энергии можно, используя в качестве дополнительного импеданса длинные линии, потери

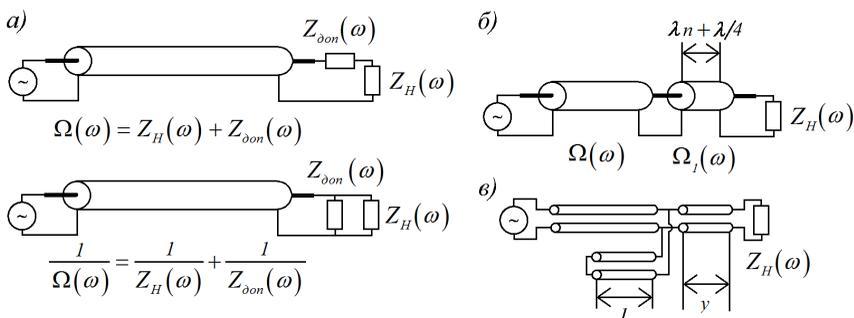


Рис. 5. Способы согласования:

а) с помощью подключения дополнительного резистора,

б) с помощью четвертьволновой линии,

в) с помощью шлейфа (показана двухпроводная линия)

в которых обычно заметно ниже потерь в конденсаторах, катушках индуктивности, резисторах и других радиодеталях. Как и в случае согласования с помощью дополнительного резистора, возможны два варианта подключения: последовательно с нагрузкой или параллельно.

Варианты согласования с помощью четвертьволновой линии (линии, длина которой равна четверти длины волны или отличается от нее на кратное число длин полувольт, рис. 5б) и шлейфом (короткозамкнутой линией, рис. 5в) имеют общий принцип действия, использующий явление интерференции падающей и отраженной волн. Изменяя волновое сопротивление четвертьволновой линии или место подключения и длину шлейфа, создают такие условия, что все отраженные волны компенсируют друг друга.

И в случае согласования шлейфом, и при использовании четвертьволновой линии согласование достигается лишь для определенных частот колебаний, поэтому оба эти способа согласования можно использовать для фильтрации сигнала, передаваемого нагрузке. Синусоидальные волны всех частот, кроме выделенных, будут отражаться от нагрузки и не передадут ей свою энергию. С точки зрения нагрузки их просто не будет в подаваемом сигнале.

В данной лабораторной работе используется только вариант согласования подстройкой величины сопротивления нагрузки. Ознакомьтесь со способами согласования четвертьволновой линией или шлейфом читателю предлагается самостоятельно, изучив рекомендуемую литературу.

2.7. Фазовая и групповая скорости. Понятие о сигнале

В предыдущих параграфах термин *сигнал* часто использовался как синоним для словосочетаний «волна напряжения» или «волна тока», в ряде случаев это допустимо, но далеко не всегда. Для понимания информации,

приведенной в данном параграфе, требуется четко осознать отличие термина *сигнал* от терминов *волна напряжения* или *волна тока*. Первая часть параграфа будет посвящена именно этому вопросу. Вторая часть ответит на крайне важный для практических нужд вопрос: с какой скоростью сигнал распространяется вдоль линии передачи?

Сигнал – материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений из одного пункта в другой. Сигналом может быть любой физический процесс, параметры которого изменяются в соответствии с передаваемым сообщением. По своей природе сигналы бывают механические (деформация, изменение давления), тепловые (изменение температуры), световые (вспышка света, зрительный образ), электрические (изменение силы тока, напряжения), электромагнитные (изменение параметров радиоволн), звуковые (колебания давления в среде) и т.д. Нетрудно заметить общее свойство: *информация, содержащаяся в сообщении и передаваемая с помощью сигнала, представляется изменением одного или нескольких параметров сигнала – его амплитуды (интенсивности), длительности, частоты, ширины спектра, фазы, времени запаздывания, поляризации и т.п. Соответственно, сигнал должен обладать параметрами, которые можно измерять и которые изменяются в зависимости от содержания сообщения.*

При рассмотрении линий передачи к измеряемым параметрам могут относиться ее геометрические размеры, электрические свойства (погонные емкость, индуктивность, сопротивление, проводимость изоляции и т.п.), а также различные параметры электромагнитного поля (например, величины напряжений и токов на концах линии, частота их колебаний и т.п.). Геометрические характеристики линий и их погонные параметры практически не изменяются либо изменяются крайне медленно, поэтому они не могут быть использованы для передачи сообщений, а значит, не могут являться сигналами. Для использования в качестве сигналов остаются характеристики электромагнитного поля, в случае рассматриваемых электрических линий – величины напряжений или токов и их амплитудно-временные характеристики (текущее значение величины, частота колебаний).

Зависимость напряжения или тока от времени может отсутствовать (по линии передают постоянный ток), но в этом случае невозможно передавать сообщения – постоянный ток *всегда неизменен*. Если по линии передают переменный синусоидальный ток (напряжение), частота будет фиксирована и неизменна, в спектре других частот нет. Из этого следует, что *с помощью синусоидальных токов также невозможно передавать сообщения, так как все параметры синусоиды с течением времени не изменяются*. В противном случае это уже не синусоида. *Любые изменения синусоидальных колебаний напряжения (или тока), будь то изме-*

нение амплитуды, частоты или скачок фазы, приводят к появлению в спектре частот, отличных от исходной частоты колебаний. Это же относится и к любым другим колебательным процессам. Из этого следует общее замечание, справедливое для любых случаев использования колебательных процессов для передачи сообщений. **Говорить о сигнале можно только в том случае, если спектр колебаний измеряемого параметра содержит более одной частоты.**

Сигналы по электрическим линиям передачи передают с помощью волн напряжения или тока. Для описания процесса распространения волн часто используют два термина: **фазовая скорость** и **групповая скорость**. Ниже продемонстрированы ситуации, в которых используются эти термины, и показаны их отличия. Для описания колебаний будет использоваться действительная форма записи.

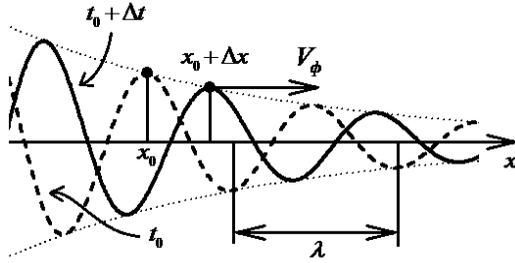


Рис. 6. К расчету фазовой скорости

Рассмотрим простую ситуацию: генератор вырабатывает синусоидальное напряжение с частотой ω и амплитудой U_0 (рис. 2), будем считать, что отраженной волны нет. В некоторой точке линии x_0 в момент времени t_0 напряжение равно $u(x_0, t_0) = U_0 e^{-\alpha(\omega)x_0} \sin[\omega t_0 - \beta(\omega)x_0]$.

Предположим также, что в данный момент времени напряжение принято максимальное для данной точки линии значения. Будем следить за тем, как смещается максимум напряжения вдоль линии.

Спустя отрезок времени Δt максимум переместился на Δx (рис. 6), $u(x_0 + \Delta x, t_0 + \Delta t) = U_0 e^{-\alpha(\omega)(x_0 + \Delta x)} \sin[\omega(t_0 + \Delta t) - \beta(\omega)(x_0 + \Delta x)]$. Так как мы следим не за амплитудой напряжения, а за положением его максимума, на которое затухание не влияет, можно записать, что для точек линии x_0 и $x_0 + \Delta x$ выполняется условие

$$\sin[\omega(t_0 + \Delta t) - \beta(\omega)(x_0 + \Delta x)] = \sin[\omega t_0 - \beta(\omega)x_0].$$

Следовательно, фазы (аргументы функции \sin) должны быть равны: $\omega \Delta t - \beta(\omega) \Delta x = 0$, откуда находим скорость перемещения максимума синусоидальной волны:

$$V_\phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta(\omega)}. \quad (15)$$

При выводе выше нигде не использовалось условие максимальности напряжения, только условие равенства фаз. Поэтому соотношения, приведенные выше, справедливы и при рассмотрении любой другой точки x_0 и любого другого момента времени t_0 .

Найденная таким образом скорость называется *фазовой скоростью*, так как именно с этой скоростью перемещается точка постоянной фазы гармонической волны (напомним, что *под термином «фаза» понимают аргумент тригонометрических функций* \sin , \cos и др.). Если двигать с фазовой скоростью вдоль линии в направлении распространения гармонической волны вольтметр, регистрируя при этом напряжение, волна будет казаться «замороженной», удастся измерить только уменьшение напряжения, связанное с затуханием волны в линии, периодических колебаний зарегистрированного напряжения не будет. Слово *фазовая* также отражает, что говорить о данной скорости можно только при рассмотрении синусоидальной волны, для волн более сложной формы параметр «фаза» не определен (у каждой гармонической компоненты сложного колебания своя фаза, в общем случае не связанная с фазами других компонент).

Вернемся к вопросу о скорости распространения сигнала вдоль линии. Рассмотрим для примера следующую ситуацию. Будем кодировать сообщение, изменяя амплитуду синусоидального напряжения по некоторому закону. Будем использовать самый простой вариант – амплитуду напряжения будем изменять по синусоидальному закону с частотой, много меньшей частоты колебаний напряжения (рис. 7а). Сигналом в данном случае является не само напряжение, а его огибающая. Рассмотрение, аналогичное приведенному ниже, справедливо и для более сложных случаев сложения многих гармоник (рис. 7б) вплоть до предельного случая бесконечного количества гармоник (рис. 7в).

В случае, представленном на рис. 7а, напряжение будет являться суммой двух напряжений с близкими частотами. Действительно, как известно из тригонометрии, в этом случае можно записать:

$$u(0, t) = U_0 (\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)) = 2U_0 \cos(\Delta\omega t) \sin(\omega t), \quad (16)$$

где введены обозначения $\omega_2 - \omega_1 = 2\Delta\omega$, $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$. Множитель перед $\sin(\omega t)$ – медленно изменяющаяся амплитуда колебаний напряжения (именно она и является в рассматриваемом случае сигналом). Каждой частоте соответствует свое значение фазовой постоянной и затухания: $\alpha_1 = \alpha(\omega_1)$, $\alpha_2 = \alpha(\omega_2)$, $\beta_1 = \beta(\omega_1)$, $\beta_2 = \beta(\omega_2)$. Также будем полагать, что затухание крайне мало отличается для близких частот (для реальных линий это условие обычно выполняется). То есть для любой точки линии x справедливо соотношение $|(\alpha_1 - \alpha_2)x| \ll 1$. Тогда в заданной точке линии в заданный момент времени напряжение выражается следующим образом:

$$u(x,t) = U_0 e^{-\alpha_1 x} \sin(\omega_1 t - \beta_1 x) + U_0 e^{-\alpha_2 x} \sin(\omega_2 t - \beta_2 x) = \\ = U_0 e^{-\alpha_1 x} \left(\sin(\omega_1 t - \beta_1 x) + e^{-(\alpha_2 - \alpha_1)x} \sin(\omega_2 t - \beta_2 x) \right).$$

Откуда, разложив множитель перед $\sin(\omega_2 t - \beta_2 x)$, получаем

$$u(x,t) \approx U_0 e^{-\alpha_1 x} \left[\sin(\omega_1 t - \beta_1 x) + \sin(\omega_2 t - \beta_2 x) - (\alpha_2 - \alpha_1)x \sin(\omega_2 t - \beta_2 x) \right] = \\ = 2U_0 e^{-\alpha_1 x} \left[\cos(\Delta\omega t - \Delta\beta x) \sin(\omega t - \beta x) - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} x \sin(\omega_2 t - \beta_2 x) \right],$$

где введено обозначение $\beta_2 - \beta_1 = 2\Delta\beta$.

Сравнивая данное соотношение с сигналом, сформированным генератором (16), видим, что медленно изменяющуюся огибающую напряжения (сигнал) описывает множитель $\cos(\Delta\omega t - \Delta\beta x)$, второе слагаемое является малой поправкой к быстропеременной части напряжения, связанной с тем, что компоненты с разными частотами затухают по-разному. Обычно его можно пренебречь.

Действуя аналогично рассмотрению фазовой скорости, будем следить за перемещением максимума сигнала – для данного случая максимума огибающей напряжения. Спустя время Δt максимум огибающей напряже-

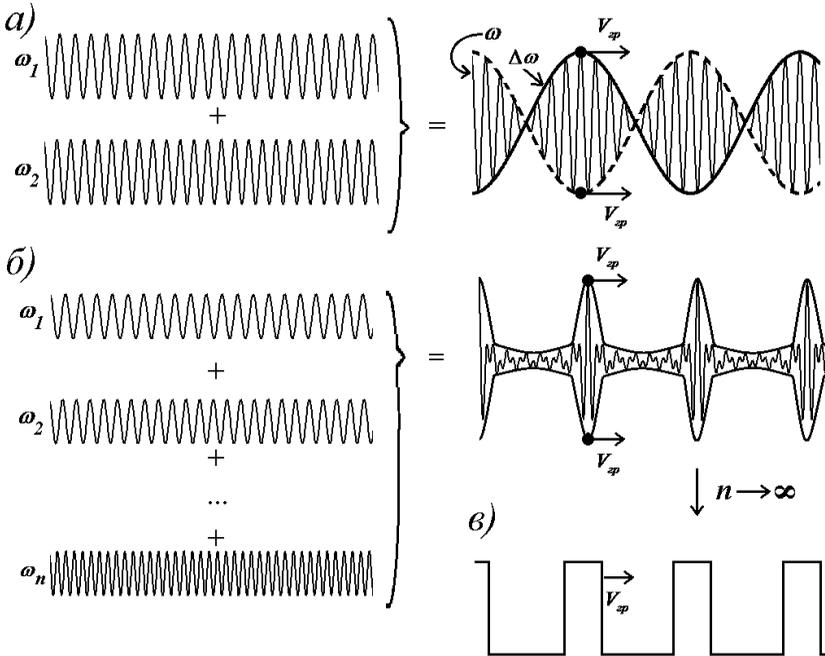


Рис. 7. К расчету групповой скорости

ния сместится в точку $x + \Delta x$. Огибающая будет равна $\cos[\Delta\omega(t + \Delta t) - \Delta\beta(x + \Delta x)]$. Приравнявая значения огибающей в момент времени t и $t + \Delta t$, находим: $\Delta\omega(t + \Delta t) - \Delta\beta(x + \Delta x) = \Delta\omega t - \Delta\beta x$ или $\Delta\omega\Delta t - \Delta\beta\Delta x = 0$. Скорость перемещения максимума (или любой другой фиксированной точки огибающей, а значит, и скорость распространения сигнала вдоль линии) равна

$$V_{gp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta}.$$

Данная скорость называется *групповой скоростью*, так как *описывает перемещение группы гармонических волн как единого целого*. Нетрудно заметить, что *речь о групповой скорости можно вести только в*



Рис. 8. Искажение импульса в линии, вызванное сильной дисперсией

случае линии с малой дисперсией (от лат. *dispersus* – рассеянный, рассыпанный), *то есть со слабой зависимостью параметров линии как среды распространения волн от частоты (к таким параметрам относятся*

фазовая постоянная и затухание). В противном случае одни волны настолько обгоняют другие, что исходный сигнал, являющийся суммой волн, искажается до неузнаваемости (рис. 8), возможны ситуации, когда сопоставить какую-либо точку огибающей с точкой исходного сигнала будет невозможно. В случае двух волн, рассмотренном выше, это будет обозначать, что поправка, связанная с затуханием, станет сравнима или превысит по амплитуде первое слагаемое, $|(\alpha_1 - \alpha_2)x| \gtrsim 1$, выделить огибающую будет нельзя.

Отдельно стоит отметить, что для общего случая сложного сигнала, состоящего из множества гармонических волн, или для неперiodического сигнала с помощью аналогичных расчетов получают выражение для групповой скорости $V_{gp} = \left. \frac{d\omega}{d\beta} \right|_{\beta=\beta_0}$, равное значению производной функции

$\omega(\beta)$ в точке β_0 , соответствующей центральной частоте ω_0 спектра колебаний. Как и в случае с фазовой скоростью, при движении вдоль линии в направлении распространения сигнала с групповой скоростью сигнал (в рассмотренном случае – огибающая напряжения, а не само напряжение!) будет казаться «замороженным».

Также важно отметить, что *групповая скорость (в отличие от фазовой) является скоростью передачи информации или энергии электро-*

магнитного поля и потому, согласно постулату Эйнштейна (нем. *Albert Einstein*), **не может превосходить скорость света в вакууме.**

В завершение данного параграфа найдем связь фазовой и групповой скоростей. Продифференцируем соотношение $V_\phi \beta = \omega$, следующее из (15), по переменной β , получим

$$\beta \frac{dV_\phi}{d\beta} + V_\phi = \frac{d\omega}{d\beta} \equiv V_{gp}. \quad (17)$$

Учет соотношения $\beta = 2\pi/\lambda$ позволяет переписать связь фазовой и групповой скорости в виде

$$V_{gp} = V_\phi - \lambda \frac{dV_\phi}{d\lambda}.$$

Данное соотношение называется **формулой Рэлея** (англ. *John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh*).

Как следует из формулы Рэлея, для линии без дисперсии (то есть без зависимости «волновых» параметров α и V_ϕ от частоты) фазовая и групповая скорости равны. На практике обычно используют линии с малой дисперсией, для которых фазовая и групповая скорости равны примерно. А так как фазовая скорость связана через фазовую постоянную с длиной волны, можно строго обосновать возможность использования только лишь длины волны в критерии применимости теории длинных линий, упоминавшемся в первом разделе.

2.8. Идеальная и реальная линии. Скин-эффект. Эффект близости

Идеальная линия – линия без потерь ($R_x = G_x = 0$). В предыдущих параграфах, если не указано иное, рассматривалась задача в общем случае – для реальной линии или **линии с потерями**. Используя полученные выше формулы, укажем основные свойства идеальной линии, отличающие ее от реальной.

- 1) **Волны напряжения или тока в идеальной линии не затухают, фазовая постоянная пропорциональна частоте.** Действительно, с помощью (3) и (6) при $R_x = G_x = 0$ находим постоянную распространения, затухание и фазовую постоянную: $\gamma(\omega) = i\omega\sqrt{L_x C_x}$, $\alpha(\omega) = 0$,

$$\beta(\omega) = \omega\sqrt{L_x C_x}. \quad (18)$$

- 2) Фазовая скорость не зависит от частоты. Учитывая, что затухание также от частоты не зависит, **идеальная линия является средой без дисперсии**. Фазовая скорость равна групповой. Используя соотношения

$$(15), (17) \text{ и } (18), \text{ убеждаемся: } V_\phi = 1/\sqrt{L_x C_x}, \frac{dV_\phi}{d\beta} = 0, V_\phi = V_{gp}.$$

3) **Волновое сопротивление идеальной линии является чисто действительным и не зависит от частоты.** Подставляя $R_x = G_x = 0$ в соотношение (10), получаем $\Omega(\omega) = \sqrt{L_x/C_x}$.

4) Так как затухание и фазовая скорость в идеальной линии не зависят от частоты, **волны любой формы, распространяясь в идеальной линии, не искажаются (идеальная линия является неискажающей).** Под отсутствием искажений здесь и далее будем понимать следующее: при распространении вдоль линии может изменяться только амплитуда волны, но не ее временные характеристики и форма (например, прямоугольник остается прямоугольником, не «размазываясь» на краях). При этом нельзя забывать об интерференции волн со своими отражениями, если таковые имеются. **Интерференция волн со своими отражениями в идеальной линии может приводить к искажению не волн в линии, но результирующей картины напряжений или токов.** При отсутствии отражений в неискажающей линии напряжение (или ток) в произвольной точке линии есть точная копия напряжения (или тока), созданного генератором, но уменьшенная по амплитуде.

Рассмотрим вопрос о том, как приблизить реальную линию к идеальной. Первое, что приходит на ум – максимально уменьшить R_x и G_x . Пусть $R_x \ll \omega L_x$, $G_x \ll \omega C_x$ (если по линии распространяется негармоническая волна, для оценки следует выбирать наименьшую из частот спектра). Данный тип линий называют **линиями с малыми потерями**. Для линий с малыми потерями справедливы следующие соотношения:

$$\gamma(\omega) = i\omega\sqrt{L_x C_x} \sqrt{\left(1 + \frac{R_x}{i\omega L_x}\right) \left(1 + \frac{G_x}{i\omega C_x}\right)} \approx i\omega\sqrt{L_x C_x} \left(1 + \frac{R_x}{2i\omega L_x} + \frac{G_x}{2i\omega C_x}\right),$$

$$\alpha(\omega) \approx \left(\frac{R_x}{2} \sqrt{\frac{C_x}{L_x}} + \frac{G_x}{2} \sqrt{\frac{L_x}{C_x}}\right), \quad \beta(\omega) \approx \omega\sqrt{L_x C_x},$$

$$\Omega(\omega) = \sqrt{\frac{L_x}{C_x}} \sqrt{\frac{1 + \frac{R_x}{i\omega L_x}}{1 + \frac{G_x}{i\omega C_x}}} \approx \sqrt{\frac{L_x}{C_x}} \sqrt{\left(1 + \frac{R_x}{i\omega L_x}\right) \left(1 - \frac{G_x}{i\omega C_x}\right)} \approx \sqrt{\frac{L_x}{C_x}} \left(1 + \frac{R_x}{2i\omega L_x} - \frac{G_x}{2i\omega C_x}\right).$$

В данном случае к идеальной линии удалось приблизиться лишь отчасти:

- 1) **Волны напряжения или тока, распространяясь вдоль линии с малыми потерями, затухают, $\alpha(\omega) \neq 0$.**
- 2) Фазовая постоянная пропорциональна частоте, затухание от частоты не зависит. Следовательно, фазовая скорость также от частоты не зависит. **В линии с малыми потерями не наблюдается дисперсии параметров.**

Групповая скорость практически равна фазовой и равна $V_{gp} = V_{\phi} = 1/\sqrt{L_x C_x}$.

- 3) *Волновое сопротивление линии с малыми потерями, хоть и слабо, но зависит от частоты и не является действительной величиной.* Однако в подавляющем большинстве практических случаев малыми поправками можно пренебречь и считать, что волновое сопротивление все же практически равно $\Omega(\omega) \approx \sqrt{L_x/C_x}$.
- 4) Так как дисперсии нет, форма волн напряжения (или тока) при распространении вдоль линии не изменяется (не путать с отсутствием интерференции с отражениями!). *Линия с малыми потерями может считаться неискажающей.*

Второй способ приблизить реальную линию к идеальной был найден Оливером Хевисайдом, создателем теории длинных линий. Хевисайд рассматривал следующую задачу: существуют ли, и если существуют, то какими должны быть условия, накладываемые на погонные параметры линии, чтобы волна напряжения (или тока), распространяясь вдоль линии, не искажалась? Оказалось, что одно такое условие существует, его называют *условием Хевисайда* и записывается оно следующим образом:

$$R_x/L_x = G_x/C_x.$$

В этом случае величины погонных сопротивлений и проводимости изоляции могут быть достаточно большими (например, $R_x \approx \omega C_x$, $G_x \approx \omega L_x$). Других условий, позволяющих сделать реальную линию неискажающей, не существует. Кроме того, линия, для которой выполнено условие Хевисайда, обладает наименьшим из достижимых для реальных линий затуханием.

Однако практическое использование условия Хевисайда сильно ограничено изменением погонных параметров линии с ростом частоты, для всех частот одновременно его выполнить не удастся. Мы не будем использовать его в данной работе.

Главной причиной зависимости погонных параметров линии от частоты является *скин-эффект* (от англ. *skin* – кожа; данный эффект также иногда называют *поверхностным эффектом*). Суть его в следующем. При протекании переменного тока по проводнику в проводнике и вне его создается переменное магнитное поле. Сам ток был создан электрическим полем в проводнике (назовем это поле первичным). Магнитное поле индуцирует вихревое электрическое поле, часть его оказывается в том же проводнике с током и направлено навстречу первичному. Сложение первичного и индуцированного электрических полей приводит к экспоненциальному уменьшению суммарного электрического поля при движении

вглубь проводника. Ток в проводнике, пропорциональный электрическому полю, соответственно, концентрируется у поверхности проводника. Говорят, что *ток концентрируется на поверхности проводника*. Возможна и альтернативная формулировка: *электромагнитное поле, создающее ток в проводнике, вытесняется из проводника*.

Рассмотрим скин-эффект на примере коаксиального кабеля.

Электромагнитное поле в коаксиальном кабеле сконцентрировано в области между экраном и центральной жилой, следовательно, токи будут концентрироваться под внешней стороной центральной жилы и под внутренней поверхностью экрана. Токи сконцентрированы в узких «трубках» (рис. 9). Толщина «трубки» (скин-слоя) δ может быть найдена по формуле $\delta = \sqrt{2/(\sigma\mu_0\omega)}$ (для грубой оценки множитель 2 можно отбросить), здесь σ – удельная электропроводность материала, μ – его относительная магнитная проницаемость. Для получения данного соотношения требуется решить систему уравнений Максвелла, выкладки здесь не приводятся, читатель может найти их в специальной литературе, посвященной задачам математической физики. Следует отметить, что граница «трубки» проводится условно – по уменьшению амплитуды тока в e раз – ток существует и вне «трубок», но его вкладом в общее значение тока можно пренебречь.

Для аксиально-симметричных задач можно показать, что, несмотря на размытость границы «трубки» и неравномерное распределение тока по самой «трубке», при расчете эффективного сопротивления проводника итоговая формула в точности совпадает с формулой, полученной в предположении, что ток равномерно распределен по «трубке», а вне трубки отсутствует. Это позволяет упростить решение задач о скин-эффекте. Пример приведен ниже.

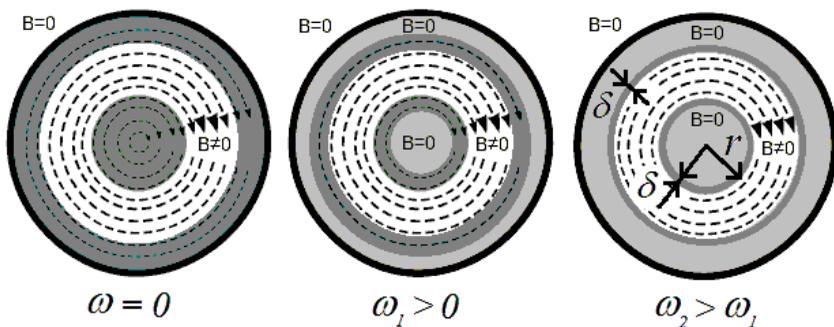


Рис. 9. Скин-эффект. Показано поперечное сечение коаксиального кабеля. Интенсивность цвета соответствует величине плотности тока, стрелками изображены силовые линии магнитного поля. Центральный проводник и экран изготовлены из одного материала

Рассмотрим центральную жилу (рис. 9), аналогичный расчет для экрана предлагаем читателю провести самостоятельно. При отсутствии скин-эффекта (случай постоянного тока) ток течет по всему сечению жилы: $R_{x0} = 1/(\sigma S_0) = 1/(\sigma \pi r^2)$. В случае заметного скин-эффекта площадь сечения, захватываемая током, уменьшается: $S = \pi r^2 - \pi(r - \delta)^2 = S_0[2\delta/r - (\delta/r)^2]$, где $S_0 = \pi r^2$. Учивать скин-эффект имеет смысл при $\delta \ll r$, тогда $S \approx S_0 \cdot 2\delta/r$,

$$R_x = \frac{1}{\sigma S} = \frac{1}{\sigma S_0} \frac{r}{2\delta} = R_{x0} \frac{r}{2\delta} = R_{x0} \frac{r}{2} \sqrt{\frac{\sigma \mu \mu_0 \omega}{2}}.$$

Кроме того, скин-эффект проявляется не только для токов, но и для «запертого» в кабеле поля. При низких частотах магнитное поле, созданное током в центральной жиле, проникает и в центральную жилу, и в экран. Снаружи от экрана, согласно теореме о циркуляции, оно компенсируется магнитным полем тока экрана. При высоких частотах магнитное поле практически полностью вытесняется из центральной жилы и экрана и полностью концентрируется в области диэлектрика (рис. 9). При этом уменьшается площадь контура, пронизываемого магнитными силовыми линиями, и снижается связанная с магнитным полем погонная индуктивность.

Существует явление, вызываемое, как и скин-эффект, полем, индуцированным переменным током, его называют **эффектом близости**. Данный эффект наблюдается в многожильных проводах, состоящих из нескольких или многих изолированных друг от друга проводников (напри-

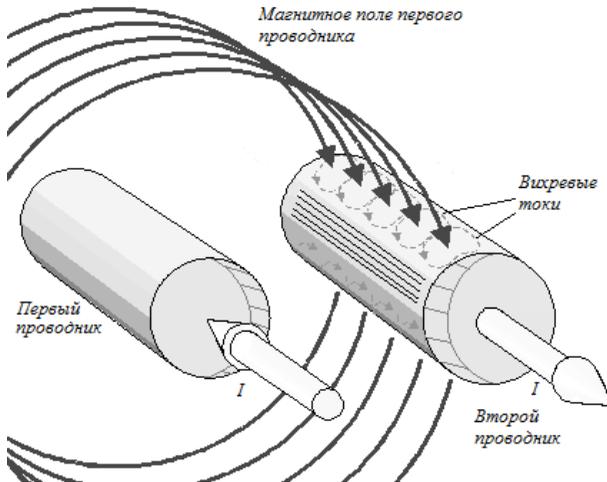


Рис. 10. Эффект близости, случай противоположно направленных токов. Заштрихованная область в поперечном сечении проводников соответствует максимальной плотности тока

мер, двухпроводная линия, многожильная витая пара) и заключается в следующем. Переменное магнитное поле тока, протекающего по одному из проводников (будем называть такие токи собственными), индуцирует токи в соседних проводниках (рис. 10). Собственный ток и индуцированный им ток всегда направлены навстречу. Индуцированные в соседних проводниках токи могут как складываться с собственными токами этих проводников, так и уменьшать их. В итоге плотность тока в проводнике либо «отталкивается» (сонаправленные собственные токи) от соседних проводников, либо «притягивается» к ним (противоположно направленные собственные токи).

Отличие от скин-эффекта состоит в том, что при скин-эффекте собственный ток посредством переменного магнитного поля «вытесняет» сам себя. При проявлении эффекта близости собственный ток «вытесняет» токи в соседних проводниках. Эффективные сопротивления одинаковых проводников многожильного провода из-за эффекта близости могут оказаться разными на высоких частотах в зависимости от того, ближе к центру или к внешней поверхности провода находится данный проводник, сколько вокруг него соседних проводников и в каком направлении по ним текут токи. *Если все собственные токи сонаправлены, а проводники одинаковы, у центральных проводников сопротивление для высоких частот окажется выше, чем у тех, что расположены дальше от оси многожильного провода, несмотря на одинаковые размеры проводников и одинаковые электромагнитные характеристики материала проводников.* Эффект близости обычно проявляется в тех же случаях, когда проявляется скин-эффект.

Обратимся к остальным погонным параметрам электрической линии. Погонная емкость линии связана с электрической компонентой электромагнитного поля, расположенного между проводниками линии, пространство между которыми заполнено изолятором. Для любых частот скин-эффект или эффект близости, вызванные токами, на этом параметре практически не отражаются в силу малой удельной электропроводности изолятора. Единственное, что может повлиять на данный параметр при неизменном расположении проводников линии – зависящие от частоты свойства диэлектрика, главным образом, диэлектрическая проницаемость, но в большинстве случаев этой зависимостью можно пренебречь.

Погонная проводимость изоляции линии отражает потери энергии электромагнитного поля в изоляции и также определяется только свойствами диэлектрика. Потери в диэлектрике связаны с переполаризацией материала («поворачиванием» молекулярных диполей) под действием электрического поля. Потери в изоляции растут с ростом частоты, но обычно вне зависимости от того, насколько и в какую сторону изменилась

погонная проводимость, ею можно пренебречь и считать $G_x \approx 0$.

Еще одно важное отличие реальной линии от идеальной – *реальная линия во время работы всегда излучает электромагнитные волны во внешнюю среду*. Например, для двухпроводной линии, которую можно приближенно считать набором излучающих диполей, излучаемая мощность растет пропорционально ω^4 . Выше рассматривались только потери, связанные с нагревом элементов линии (отраженные в погонных сопротивлениях и проводимости изоляции линии). Излучение – другой вид потерь электромагнитной энергии в линии, для его учета нужно решать уравнения Максвелла. Чтобы теорию линий не модифицировать существенно, при расчетах для описания излучения вводят эффективное сопротивление излучения, суммирующееся с погонным омическим сопротивлением линии. Расчет величины сопротивления излучения или проводят численно, или не проводят вовсе, а измеряют суммарные потери в линии.

2.9. Частотная характеристика линии.

Измерение погонных параметров линии

В науке и технике широко распространен прием исследования, при котором, воздействуя каким-либо способом на исследуемый объект, регистрируют его реакцию и находят связи между воздействием и откликом объекта. В качестве воздействия (входного параметра) и отклика (выходного параметра) может выступать любая измеряемая характеристика объекта исследования.

Для описания линейных пассивных объектов можно использовать частотную характеристику. *Линейность объекта обозначает, что в ответ на гармоническое воздействие реакция также будет гармонической, частоты реакции и воздействия совпадают, это выполняется для любой частоты. Пассивность объекта обозначает отсутствие отклика при отсутствии воздействия*. Используя комплексную запись для описания гармонических колебаний, можно записать: для воздействия $f_{in}(t) = \hat{f}_{in} e^{i\omega t}$ получаем отклик $f_{out}(t) = \hat{f}_{out} e^{i\omega t}$. Тогда связь между реакцией и откликом будет описываться *частотной характеристикой* $f(\omega)$:

$$f(\omega) = \hat{f}_{out}(\omega) / \hat{f}_{in}(\omega). \quad (19)$$

Частотная характеристика является комплекснозначной функцией частоты, связывающей комплексные амплитуды воздействия и отклика объекта исследования. Модуль частотной характеристики равен отношению амплитуды отклика к амплитуде воздействия, его называют *амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)*. Аргумент частотной характеристики равен разности фаз отклика и воздействия, его называют *фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)*.

Если выбраны входной и выходной измеряемые параметры объек-

та, то говорят, что $f(\omega)$ – частотная характеристика (функция) по входному и выходному параметрам f_{in} и f_{out} . Частотную характеристику также часто называют *частотным коэффициентом передачи*.

Частотная функция в случае, когда ее не удастся рассчитать теоретически или не известно внутреннее устройство объекта исследования, может быть найдена экспериментально. Для этого, действуя на объект гармоническим воздействием с частотой ω и регистрируя реакцию, получают значение частотной функции для данной частоты по формуле (19). Повторяя измерения для разных частот, находят искомую зависимость.

Использование частотной характеристики часто позволяет упростить решение многих задач. В качестве примера применения частотной характеристики достаточно вспомнить определение импеданса. Нетрудно убедиться, что он является частотной характеристикой для входного параметра «ток» и выходного параметра «напряжение». Входные и выходные параметры можно выбирать любыми, нужно только обозначить, что является входным, а что выходным параметрами.

Продемонстрируем использование частотной характеристики. Рассмотрим задачу о нахождении напряжения в заданный момент времени в заданной точке нагруженной линии (рис. 2). Известны входной параметр – напряжение, создаваемое генератором $u(0,t)$, свойства линии и импеданс нагрузки. Ищем выходной параметр $u(x,t)$.

Найдем частотную характеристику. Используя (5) и (19), находим

$$f(\omega, x) = \frac{A(x, \omega)}{A(0, \omega)} = \frac{A_1(\omega)e^{-\gamma(\omega)x} + A_2(\omega)e^{\gamma(\omega)x}}{A_1(\omega) + A_2(\omega)} = e^{-\gamma(\omega)x} \frac{1 + e^{2\gamma(\omega)x} A_2(\omega)/A_1(\omega)}{1 + A_2(\omega)/A_1(\omega)}.$$

Из выражений (12) и (14) получаем

$$f(\omega, x) = e^{-\gamma(\omega)x} \frac{1 + \frac{Z_H(\omega) - \Omega(\omega)}{Z_H(\omega) + \Omega(\omega)} e^{-2\gamma(\omega)(l-x)}}{1 + \frac{Z_H(\omega) - \Omega(\omega)}{Z_H(\omega) + \Omega(\omega)} e^{-2\gamma(\omega)l}} = e^{-\gamma(\omega)x} \frac{1 + r_u(\omega) e^{-2\gamma(\omega)(l-x)}}{1 + r_u(\omega) e^{-2\gamma(\omega)l}}. \quad (20)$$

Данное соотношение носит самый общий характер, в нем «автоматически» учтены и все возможные варианты отражений, и затухание. Для решения задачи осталось лишь вычислить спектр входного напряжения, комплексную амплитуду для каждой частоты спектра умножить на частотную характеристику (20) и провести обратное преобразование Фурье, просуммировав результаты умножения.

В большинстве практических приложений наибольший интерес представляет величина напряжения не в линии, а на нагрузке, равная величине напряжения на правом конце нагруженной линии. Из (20) получаем

$$f(\omega, l) = e^{-\gamma(\omega)l} (1 + r_u(\omega)) / (1 + r_u(\omega) e^{-2\gamma(\omega)l}).$$

Если нагрузка согласована, отражений нет, выражение еще более упрощается:

$$f(\omega, l) = e^{-\gamma(\omega)l}. \quad (21)$$

Данное соотношение позволяет экспериментально найти постоянную распространения $\gamma(\omega)$, а также, используя амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики согласованной линии, определить зависимость затухания $\alpha(\omega)$ и фазовой постоянной линии $\beta(\omega)$ от частоты. Для этого нужно согласовать линию с нагрузкой, подать на противоположный нагрузке конец линии синусоидальное напряжение $U_0(\omega, t) = U_0 e^{i\omega t}$, измерить напряжение на нагрузке $U_H(\omega, t) = U_H e^{i\omega t}$ (U_0 и U_H – действительные) и рассчитать отношение амплитуд и разность фаз $\varphi_H(\omega) - \varphi_0(\omega)$ между поданным в линию напряжением и напряжением на нагрузке. Отношение амплитуд и разность фаз используются для нахождения модуля и аргумента постоянной распространения. Процедура повторяется для нескольких частот.

Используя (21), получаем

$$U_H e^{i\omega t} = U_0 e^{i\omega t} e^{-\gamma(\omega)l} = U_0 e^{i\omega t} e^{-\alpha(\omega)l} e^{-i\beta(\omega)l} \Rightarrow \begin{cases} \alpha(\omega) = \frac{1}{l} \ln \left(\frac{U_0}{U_H} \right), \\ \beta(\omega) = \frac{1}{l} [\varphi_0(\omega) - \varphi_H(\omega)]. \end{cases} \quad (22)$$

Зная зависимости затухания и фазовой постоянной линии от частоты, можно найти ее погонные параметры.

Приравнивая выражения для постоянной распространения, записанные через погонные параметры (3) и через затухание и фазовую постоянную (6), возводя обе части полученного равенства в квадрат, после раскрытия скобок получаем

$$\alpha^2(\omega) - \beta^2(\omega) + 2i\alpha(\omega)\beta(\omega) = R_x G_x - \omega^2 L_x C_x + i\omega(L_x G_x + R_x C_x).$$

Так как два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда и действительные, и мнимые части этих чисел равны друг другу, находим

$$\begin{cases} \alpha^2(\omega) - \beta^2(\omega) = R_x G_x - \omega^2 L_x C_x, \\ 2\alpha(\omega)\beta(\omega) = \omega(L_x G_x + R_x C_x). \end{cases} \quad (23)$$

Построив графики в осях

$$Y_1 = \alpha^2(\omega) - \beta^2(\omega), X_1 = \omega^2, \quad (24)$$

$$Y_2 = 2\alpha(\omega)\beta(\omega), X_2 = \omega, \quad (25)$$

если R_x, G_x, L_x, C_x не зависят от частоты, получим две прямые. Из коэффициентов наклона прямых $y = ax + b$ находим: $a_1 = -L_x C_x$, $b_1 = R_x G_x$, $a_2 = (L_x G_x + R_x C_x)$, $b_2 = 0$.

В полученной системе только три уравнения содержат искомые пара-

метры линии, а самих параметров четыре, систему дополним соотношением (10).

В случае линии с малыми потерями $R_x \ll \omega L_x$, $G_x \approx 0$ получаем

$$a_1 = -L_x C_x, \quad b_1 \approx 0, \quad a_2 = R_x C_x, \quad \Omega \approx \sqrt{L_x / C_x}. \quad (26)$$

Откуда легко найти искомые параметры линии, если известно волновое сопротивление.

Возможны различные способы экспериментального измерения волнового сопротивления линии, но все они сводятся к анализу отражений волн от известной нагрузки. В данной работе волновое сопротивление находят, подключая в качестве нагрузки переменный резистор. В линию подают одиночный короткий импульс напряжения, при этом с помощью осциллографа регистрируется напряжение на конце линии, противоположном нагрузке (рис. 11). Ждут прихода отраженного от нагрузки импульса. Сравнивая формы (*но не амплитуды!*) прямого и отраженного импульсов, можно сделать вывод о применимости приближения линии с малыми потерями. Подстраивая переменный резистор, добиваются исчезновения отраженного импульса, отключают резистор от линии и измеряют его сопротивление, оно будет равно волновому сопротивлению линии.

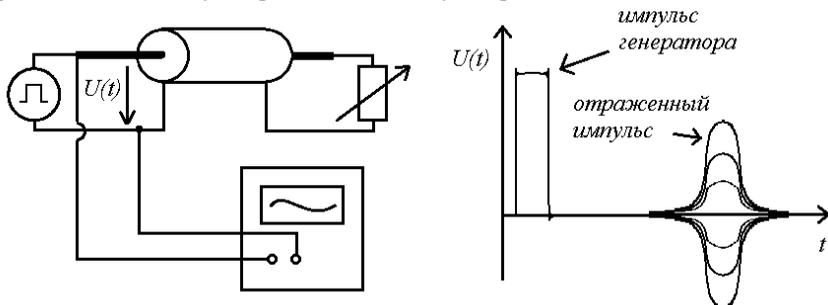


Рис. 11. Измерение волнового сопротивления линии.

Слева – схема подключения генератора и осциллографа к линии.

Справа – вид осциллограмм, зарегистрированных для различных значений сопротивления

2.10. Кабельные формирователи импульсов и трансформаторы

Линии передачи можно использовать в качестве формирователей одиночных импульсов напряжения (или тока) заданной длительности. Подобные формирователи применяют в лабораторной практике для получения сверхмощных импульсов, используемых, например, при исследовании плазмы. Часто оказывается, что иными способами получить короткий сверхмощный импульс невозможно. Затем амплитуду полученного импульса можно увеличить с помощью трансформатора, собранного также

из линий передачи (**кабельного трансформатора**). Ряд особенностей классических «катушечных» трансформаторов затрудняют их использование при работе на высоких частотах или в импульсных режимах, поэтому для преобразования наносекундных импульсов часто используют именно кабельные трансформаторы.

Схема формирователя импульсов приведена на рис. 12, данную конструкцию называют **одинарной формирующей линией**. Используется линия с малыми потерями. Величину сопротивления R_1 выбирают такой, что $R_1 C \gg 2\pi/\omega_0$, где $C = IC_x$, ω_0 – наименьшая частота, для которой линию все еще можно рассматривать как длинную. Данное условие позволяет описывать процесс зарядки линии при разомкнутом ключе так же, как и зарядку обычного конденсатора, обладающего емкостью $C = IC_x$. Величину нагрузки R выбирают равной волновому сопротивлению линии. При этом «автоматически» оказывается, что $R \ll R_1$.

Используют одинарную формирующую линию следующим образом. Сначала при разомкнутом ключе линию заряжают постоянным напряжением U_0 . Затем замыкают ключ. Линия разряжается через нагрузку R , в процессе разрядки можно не учитывать подключенный источник постоянного напряжения, так как $R \ll R_1$. Так как $R = \Omega$, а через линию и через

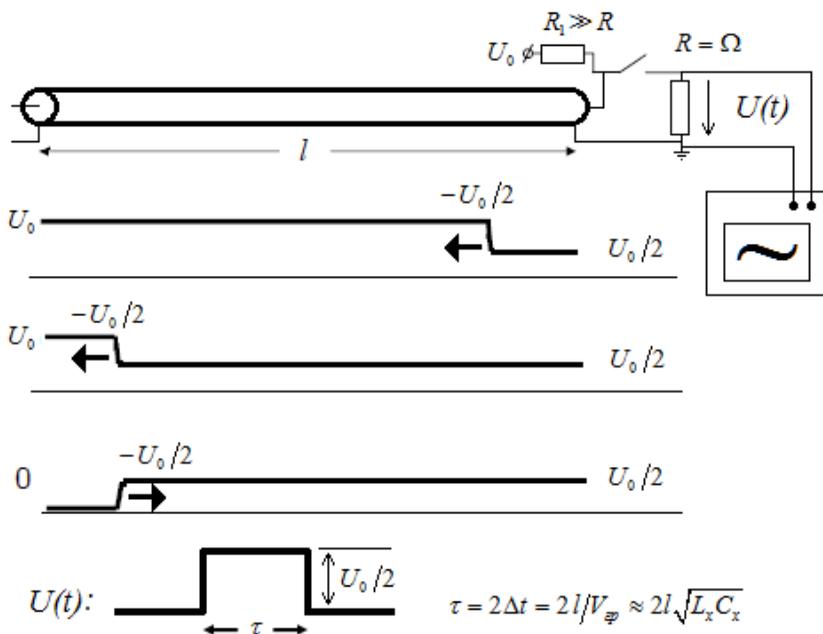


Рис. 12. Одинарная формирующая линия

нагрузку R течет одинаковый ток, напряжение на правом конце линии в момент замыкания ключа становится равным $U_0/2$, по линии в сторону левого конца побежит волна $-U_0/2$. Отразившись от разомкнутого конца линии, волна побежит в сторону нагрузки, окончательно разряжая линию. Так как нагрузка согласована, отражений от нее не будет, линия полностью разрядится через нагрузку за время

$$\tau = 2\Delta t = 2l/V_{cp} \approx 2l\sqrt{L_x C_x}, \quad (27)$$

где Δt – время прохождения волной напряжения всей линии в одну сторону. На нагрузке при этом наблюдается прямоугольный импульс напряжения длительностью τ и амплитудой $U_0/2$. При несогласованной нагрузке волна разрядки пробегает по линии несколько раз, каждый раз отдавая часть энергии нагрузке, при этом волна напряжения ослабевает, на формируемом импульсе видны «ступеньки», длительность каждой ступеньки τ .

Возможно построение и более сложных конструкций, позволяющих генерировать импульсы напряжения с амплитудами, превышающими $U_0/2$. Ознакомиться с данными конструкциями читатель может, обратившись к рекомендованной литературе.

С помощью линий передачи можно изготавливать широкополосные **автотрансформаторы**. Термин *автотрансформатор* обозначает, что между входом трансформатора и его выходом существует **гальваническая связь**, то есть **между входом и выходом трансформатора возможно протекание постоянного тока**. Так, например, вход и выход обычного трансформатора, состоящего из двух изолированных катушек, намотанных на общем сердечнике, **гальванически развязаны**, постоянный ток между катушками протекать не может.

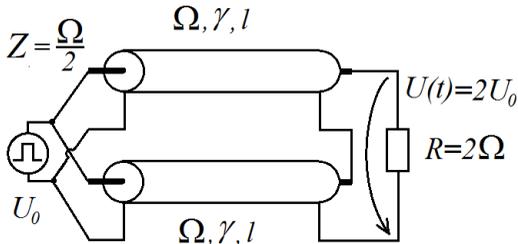


Рис. 13. Автотрансформатор на основе линий передачи

На рис. 13 представлен один из возможных вариантов автотрансформатора, собранного из линий передачи (кабельного трансформатора). Составляющие его линии имеют одинаковое волновое сопротивление и длину. Линии считаем линиями с малыми потерями. Для данной конструкции отражения от нагрузки будут отсутствовать, если выполнить условие

$$R = 2\Omega. \quad (28)$$

Входной импеданс данного трансформатора равен $Z = \Omega/2$ (при выполнении условия согласования нагрузка не влияет на входной импеданс). Дан-

ный автотрансформатор увеличивает амплитуду импульсов напряжения в два раза.

Перед рассмотрением работы кабельного автотрансформатора обратимся к другому часто используемому способу удвоения напряжения. Берем два конденсатора и заряжаем каждый из них до некоторого напряжения U_0 , затем соединяем их последовательно положительно заряженной пластиной к отрицательно заряженной, формируя составной конденсатор. Получившийся составной конденсатор разряжаем через нагрузку. Напряжение на составном конденсаторе равно сумме напряжений формирующих его конденсаторов и равно $2U_0$ (рис. 14).

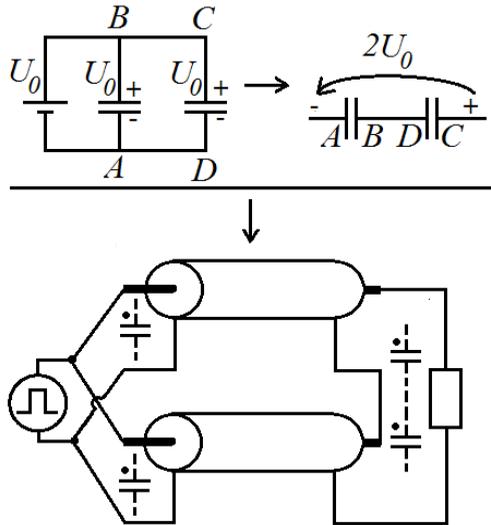


Рис. 14. К описанию работы автотрансформатора на основе линий передачи

Нечто подобное происходит в рассматриваемом трансформаторе. На стороне генератора соединяем линии параллельно, на стороне нагрузки – последовательно. После того как короткий импульс (то есть импульс, длительность которого меньше времени его распространения по линии до нагрузки) начинает перемещаться вдоль линии, он уже «не чувствует» происходящего на конце линии, соединенном с генератором. Концы линий, соединенные с генератором, в данном случае являются аналогом параллельно соединенных конденсаторов. А концы линий, соединенные с нагрузкой, – аналог последовательно соединенных конденсаторов. Распространение волн напряжений вдоль линий при этом можно рассматривать как некий аналог процесса переключения конденсаторов из параллельного соединения в последовательное. Если линии одинаковы или выполняется условие $\gamma_1(\omega)l_1 = \gamma_2(\omega)l_2$ для всех частот спектра импульса, то импульсы напряжения одновременно придут по двум линиям к нагрузке и сложатся. Напряжение на нагрузке окажется равным $2U_0$. Равенство волновых сопротивлений линий позволяет избежать нежелательных отражений от нагрузки.

Данную конструкцию можно использовать и для преобразования синусоидальных напряжений. Однако в этом случае расчет заметно усложняется. В общем случае требуется учитывать отражения на стороне генератора и нагрузки, а также (особенно для низких частот) паразитные токи, протекающие в обход нагрузки от положительного контакта генератора через центральную жилу нижней линии и экран верхней линии к отрицательному контакту генератора. Для уменьшения паразитных токов обычно увеличивают индуктивность одной из линий трансформатора, наматывая ее на ферритовый сердечник. Использование дополнительной индуктивности также позволяет сделать частотную характеристику трансформатора (зависимость отношения входного и выходного напряжений от частоты) более ровной и расширить диапазон частот, преобразуемых одинаково. Автотрансформаторы, собранные из длинных линий, также называются *трансформаторами типа длинной линии*.

Возможны и более сложные кабельные трансформаторы, позволяющие увеличивать напряжение в N раз.

3. Экспериментальная часть

Подготовьте осциллограф и генератор к работе (описание находится рядом с приборами).

Внимание! Так как генератор обладает внутренним сопротивлением, а входной импеданс линии меняется в зависимости от нагрузки, при всех измерениях, перечисленных ниже, требуется контролировать напряжение на входе в линию с помощью осциллографа. Значения, выставленные на генераторе, являются лишь приблизительными. Особенно большие расхождения напряжения на входе в линию с выставленным на генераторе наблюдаются вблизи резонансов.

При работе для подключения осциллографа к схеме используйте только щупы в режиме 1:10. В режиме 1:1 сильно уменьшается верхняя рабочая частота щупов. При замене щупов на обычный коаксиальный кабель потребуются учитывать его свойства как линии передачи (волновое сопротивление, распределенные емкость и индуктивность) и изменения, вносимые им в исследуемую схему. При использовании щупов в силу их достаточно высокого входного сопротивления этого можно не делать.

При выполнении работы обратите особое внимание на следующее. Разъем «крокодил» щупа должен быть подключен к экрану коаксиального кабеля. Провод двухпроводной линии, отмеченный значком , должен быть подключен к клемме с таким же значком. Разъем «крокодил» щупа также должен быть подключен к клемме, отмеченной значком . В противном случае осциллограмма будет перевернута, также возможно искажение формы импульсов!

3.1. Согласование линии, коэффициент отражения

Подключите генератор и осциллограф к линии по схеме, изображенной на рис. 11, используйте самый длинный коаксиальный кабель в качестве линии передачи, оставьте кабель разомкнутым. Для подключения линии к генератору, осциллографу или резистору используйте блоки «У» и короткие отрезки коаксиального кабеля. Осциллограф подключается непосредственно к блокам, как и нагрузочный резистор. Запишите длину линии (указана на линии). Настройте генератор на подачу **монополярных** прямоугольных импульсов амплитудой 1 В, длительностью 50 нс и периодом повторения 500 мс. Проведите следующее.

- 1) Получите отраженный импульс для режимов холостого хода и короткого замыкания. Схематически зарисуйте наблюдаемую осциллограмму, измерьте амплитуды импульсов и временные промежутки между их передними фронтами. Запишите длину линии (указана на линии).
- 2) Подключите к линии переменный резистор, изменяя его сопротивление, согласуйте линию с нагрузкой, определите волновое сопротивление, измерив величину сопротивления. *Следующая часть работы (пункт 3.2) выполняется в режиме согласования нагрузки с линией, в целях экономии времени рекомендуется проводить измерение величины сопротивления нагрузки после выполнения пункта 3.2. Будьте внимательны, не изменяйте величину сопротивления до тех пор, пока не выполните пункт 3.2 и не измерите величину сопротивления резистора!*

3.2. Измерение АЧХ и ФЧХ коаксиального кабеля

Соберите схему, изображенную на рис. 15. При работе **в режиме согласованной нагрузки** подайте в линию непрерывное синусоидальное напряжение, измерьте отношение амплитуд напряжения, подаваемого в линию и регистрируемого на нагрузке, измерьте также разность фаз между ними для области частот 100 кГц – 100 МГц. При выполнении данного пункта требуется выполнить измерения не менее чем для 25–30 частот. Весь диапазон частот удобно разбить на участки: 100 кГц – 1 МГц (измерения проводить с шагом 100–200 кГц), 1 МГц – 10 МГц (шаг 1–2 МГц), 10 МГц – 100 МГц (шаг 10–20 МГц).

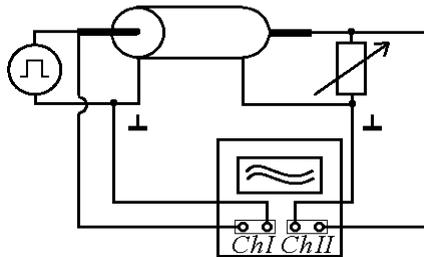


Рис. 15. Схема подключения линии

Для измерения фазы зарегистрируйте разницу времен Δt достижения напряжениями максимума (рис. 16). Набег фазы при распространении волны напряжения вдоль линии рассчитывают из соотношения $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 2\pi f\Delta t$.

Примечание. Экспериментально невозможно получить $\Delta\varphi \geq 2\pi$ (различные периоды синусоиды неразличимы). В то же время теоретический расчет показывает, что набег фаз $\Delta\varphi_{теор} = \varphi_{x=l} - \varphi_{x=0} = -\beta(\omega)l$ является монотонной функцией частоты и может превышать 2π . Однако, если набег фаз окажется, например, $5\pi/2$, осциллограмма будет выглядеть точно так же, как и при $\Delta\varphi = \pi/2$. Поэтому измеряемой характеристикой является лишь набег фаз в пределах $[0, 2\pi)$ или $\Delta\varphi_{эксп} = -\beta(\omega)l + 2\pi n$, $n = \dots, -1, 0, 1, \dots$, причем выбирают такое n , при котором $\Delta\varphi_{эксп} < 2\pi$. **Для измерения погонных параметров требуется восстановить монотонную зависимость.**

В данной работе для измерения Δt используется процедура, описанная ниже.

Данный способ используют при применении осциллографов, в которых отображение напряжений на разных входах производится разными цветами. Измеряют «расстояние» между двумя соседними максимумами (или минимумами). Причем **отсчет всегда начинают от максимума напряжения на входе в линию**, а само «расстояние» измеряют **до ближайшего соседнего справа максимума напряжения на нагрузке** (рис. 16). При таком способе $0 \leq \Delta\varphi_{эксп} < 2\pi$. Для восстановления исходной зависимости $\Delta\varphi(\omega)$ каждый участок графика от скачка до следующего скачка нужно сдвинуть на $2\pi n$ до сшивки, то есть до получения монотонной зависимости (рис. 17).

Внимание! При выполнении данного пункта рекомендуется начинать с наименьшей частоты и проводить измерения, постепенно повышая частоту. **Обязательно нужно записывать частоты, при которых разность фаз равна нулю.** Это позволит определить частоты, в которых требуется проводить параллельный перенос участка зависимости на $2\pi n$ (рис. 17), регистрировать отношение амплитуд для этих частот не обязательно. Большая часть измерений отношения амплитуд и разности фаз должна быть проведена на других частотах.

Возможно, для некоторых значений частоты будет наблюдаться ре-

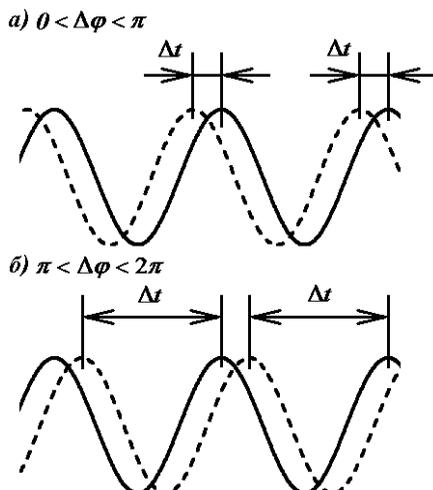


Рис. 16. Измерение ФЧХ линии передачи с помощью осциллографа. Пунктирная линия – напряжение на входе в линию, сплошная – на нагрузке

зонанс (сильное немоноктонное изменение амплитуд регистрируемых напряжений при изменении частоты на несколько процентов). При измерении частотных характеристик линии вблизи резонансных частот следует уменьшить шаг по частоте.

Не забудьте после завершения измерения АЧХ/ФЧХ, не изменяя угла поворота ручки, отключить переменный резистор от линии и измерить величину его сопротивления (если это не было сделано при выполнении пункта 3.1).

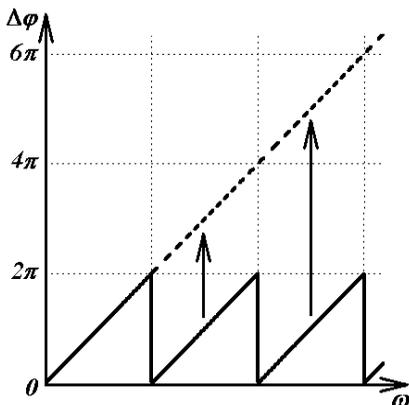


Рис. 17. Восстановление ФЧХ линии передачи по измеренной разности фаз

3.3. Исследование стоячих волн в двухпроводной линии

Измерьте волновое сопротивление и время распространения волны вдоль двухпроводной линии, повторив с ней процедуру, проделанную для коаксиального кабеля (пункт 3.1). Запишите длину линии (указана на линии).

Подключите к линии фрагмент с отводами. Запишите общую длину получившейся линии (на каждом из отрезков указана его длина). Подайте в двухпроводную линию синусоидальное напряжение с частотой 50,0 МГц и амплитудой 2 В. Измерьте распределение амплитуд напряжения вблизи конца линии, противоположного генератору, в зависимости от расстояния до нагрузки для режимов короткого замыкания и согласованной нагрузки. Для режима согласованной нагрузки также измерьте амплитуду напряжения, подаваемого в линию, и амплитуду напряжения на нагрузке. Для режима холостого хода повторите измерения на частоте 38,3 МГц.

3.4. Кабельный трансформатор, формирователь импульса

1) Установите величину сопротивления переменного резистора блока «Ф» равной волновому сопротивлению коаксиального кабеля. Соберите формирователь коротких импульсов по схеме (рис. 18), используйте короткие отрезки коакси-

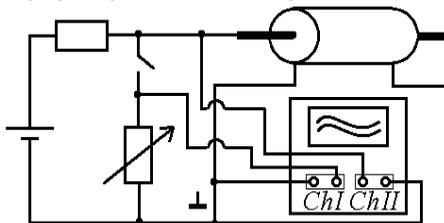


Рис. 18. Схема формирователя коротких импульсов

ального кабеля, блок «Ф» и для наращивания линии блоки «У» или коаксиальные тройники. Переключите осциллограф в режим однократной развертки, установите одинаковое усиление для используемых каналов, переведите осциллограф в режим готовности. Установите на генераторе режим постоянного тока, задайте напряжение 1 В. Получите импульс (ключ замыкается нажатием кнопки на блоке «Ф», после каждой регистрации импульса требуется переводить осциллограф в режим готовности). Схематически зарисуйте наблюдаемую осциллограмму с указанием амплитуды импульса на нагрузке и величины ступенек напряжения на линии.

- 2) Измерьте длительность импульса в зависимости от общей длины кабеля.
- 3) Измените величину сопротивления переменного резистора блока «Ф», получите импульс. Схематически зарисуйте наблюдаемую осциллограмму с указанием величины и длительности ступенек напряжения. Разберите формирователь.
- 4) Установите величину сопротивления переменного резистора блока «Т» равной **удвоенному** волновому сопротивлению коаксиального кабеля. Соберите удвоитель напряжения по схеме (рис. 19), для соединения с генератором используйте блок «У», нагрузочный резистор установлен в блоке «Т». **Используемые отрезки кабеля должны быть одинаковыми!** Запишите длину отрезков (указана на отрезках). Переключите осциллограф в режим непрерывной развертки. Подайте на вход умножителя **монополярный** прямоугольный импульс с амплитудой 0,5 В, периодом повторения 500 мс и длительностью 30 нс. Измерьте величину импульса напряжения на нагрузке и генераторе, схематически зарисуйте наблюдаемую осциллограмму. Повторите для длительности импульса 1 мкс. Разберите трансформатор.

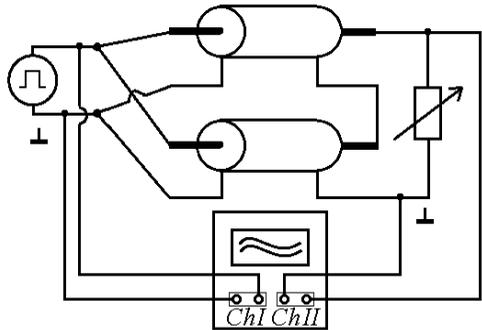


Рис. 19. Схема удвоителя напряжения

4. Задание

- 1) По измерениям пункта 3.1 определите величину коэффициентов отражения от каждого из концов линии, предполагая затухание на всей длине линии пренебрежимо малым ($\alpha(\omega)l \ll 1$), вычислите величину внут-

ренного сопротивления генератора. Рассчитайте скорость распространения электромагнитной волны вдоль линии.

- 2) Для коаксиального кабеля по измеренным АЧХ и ФЧХ постройте $\alpha(\omega)$ и $\beta(\omega)$. **Внимание! Для $\beta(\omega)$ не забудьте восстановить монотонную зависимость. Помните, $\omega = 2\pi f$!**
- 3) Постройте линеаризованные зависимости (24) и (25). С помощью уравнения линеаризации (24) и измеренного значения волнового сопротивления, предполагая $G_x \approx 0$, рассчитайте погонные параметры кабеля L_x , C_x . При расчете коэффициентов прямой НЕ учитывайте точки, оказавшиеся вблизи резонансных частот. Насколько корректно предположение о малости G_x ?
- 4) Является ли график, построенный в координатах (25), линейным? Почему? Постройте кусочно-линейную аппроксимацию графика, каждый линейный фрагмент должен описывать 5–7 точек. С помощью (25) и найденного выше значения погонной емкости C_x для каждого линейного фрагмента рассчитайте R_x . Постройте зависимость $R_x(\sqrt{\omega})$, для построения графика используйте значения частоты, соответствующие серединам линейных фрагментов. Проверьте, является ли данная зависимость прямой. Почему R_x зависит от частоты?
- 5) Постройте зависимость фазовой скорости от частоты, используя (15). Наблюдается ли дисперсия?
- 6) Для двухпроводной линии рассчитайте групповую скорость, постройте зависимость амплитуды напряжения от расстояния до нагрузки. Для каждой частоты определите длину волны и фазовую скорость. Наблюдается ли дисперсия? Совпадают ли значения фазовой и групповой скоростей? Оцените диэлектрическую проницаемость материала изоляции. По данным, полученным для согласованной нагрузки, определите коэффициент бегущей волны, оцените точность согласования.
- 7) Для коаксиального кабеля с помощью соотношения $V_{gp} = 1/(d\beta/d\omega)$ и восстановленной зависимости $\beta(\omega)$ рассчитайте групповую скорость, сравните с прямым измерением (как отношение длины линии ко времени распространения одиночного импульса вдоль нее).
- 8) Зная групповую скорость для коаксиального кабеля, рассчитайте зависимость ожидаемой длительности импульса от длины линии для формирователя импульса, сравните с измеренной. Справедлива ли зависимость (27)? Объясните вид осциллограммы, наблюдаемый в несогласованном режиме.
- 9) Для умножителя напряжений рассчитайте коэффициент умножения для каждой из длительностей импульса. Зависит ли коэффициент умножения от длительности импульса? Почему форма более длительного импульса

искажается? Какова максимальная длительность импульса, который не будет искажаться в данном трансформаторе?

- 10) Для коаксиального кабеля, исходя из найденной величины погонной емкости, рассчитайте относительную диэлектрическую проницаемость материала изоляции (в системе СИ для коаксиального кабеля $C_x = 2\pi\epsilon\epsilon_0/\ln(D/d)$, D – внутренний диаметр экрана (5 мм), d – диаметр центральной жилы (1 мм)). Материал изоляции коаксиального кабеля – вспененный воздухом полиэтилен, оцените объемную долю воздуха в изоляции, если для чистого полиэтилена $\epsilon = 2,25$.

Контрольные вопросы

1. Какие виды линий передачи Вам известны? Перечислите параметры, с помощью которых можно описывать любой вид линий; параметры, которыми описываются электрические линии передачи.
2. Выведите систему телеграфных уравнений и формулу для расчета волнового сопротивления и постоянной распространения по известным погонным параметрам электрической линии передачи.
3. Являются ли волны тока и напряжения в линии независимыми? Почему? Можно ли при решении задач рассматривать их отдельно, если можно, то в каких случаях?
4. Как измерить волновое сопротивление линии?
5. Можно ли передать информацию с помощью синусоидальной волны?
6. Чем отличаются фазовая и групповая скорости? При решении каких задач используют фазовую скорость, в каких случаях следует использовать групповую скорость? Как соотносятся фазовая и групповая скорости?
7. К линии подключена согласованная нагрузка, к другому концу линии подключен согласованный генератор синусоидального напряжения. Найдите разность фаз между напряжением на нагрузке и генераторе, если $L_x = 0,46$ мкГн/м, $C_x = 54,4$ пФ/м, длина линии 10 м, генератор работает на частоте 300 кГц, линию можно считать идеальной.
8. По линии в обе стороны передают импульсы напряжения. Как следует записать связь между током и напряжением в волне, движущейся слева направо, в волне, движущейся ей навстречу?
9. В одинарной формирующей линии можно пренебречь затуханием на всей длине линии ($\alpha(\omega)l \ll 1$). После ряда отражений на нагрузке линия полностью разрядится. Куда в процессе разрядки исчезла энергия, изначально запасенная в линии?
10. Рассматривается разомкнутая линия, в линии распространяется синусоидальная волна. Всегда ли при формировании в линии стоячей вол-

ны на разомкнутом конце линии амплитуда колебаний напряжения будет в два раза больше амплитуды падающей волны?

11. Рассчитайте толщину скин-слоя для медного экрана коаксиального кабеля, если по кабелю передают узкополосный сигнал с центральной частотой 350 МГц. Каким будет эффективное погонное сопротивление кабеля, если внутренний диаметр экрана равен 6 мм, диаметр центральной медной жилы равен 1 мм?
12. Влияет ли эффект близости в многожильных линиях на погонную индуктивность отдельной жилы?
13. Какую линию передачи называют идеальной линией, реальной линией, линией с малыми потерями? Чем отличаются эти классы линий?
14. Может ли в идеальной линии наблюдаться искажение сигнала? Докажите.
15. В кабельном трансформаторе, изображенном на рис. 13, напряжение на нагрузке в два раза превышает напряжение импульса генератора. Увеличивается ли при использовании трансформатора мощность, подаваемая на нагрузку, по сравнению с прямым подключением нагрузки к генератору? Почему?
16. Будет ли кабельный трансформатор, представленный на рис. 13, увеличивать постоянное напряжение? Какое условие ограничивает максимальную длительность импульса?

Литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1996.
2. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009.
3. Smith P.W. Transient electronics: Pulsed circuit technology. – Chichester: John Wiley & Sons, 2002.
4. Карлов Н.В., Кириченко Н.А. Колебания, волны, структуры. – М.: Физматлит, 2003.
5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989.
6. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988.
7. Максимычев А.В. Физические методы исследования. 2. Сигналы в длинных линиях: учебно-методическое пособие. – М.: МФТИ, 2007.
8. Стариковская С.М. Физические методы исследования. Семинарские занятия. 2. Электрические цепи. Измерение импульсных сигналов: учебно-методическое пособие. – М.: МФТИ, 2004.