

Московский физико-технический институт
(Государственный университет)
Департамент молекулярной и биологической физики

Физические методы исследования

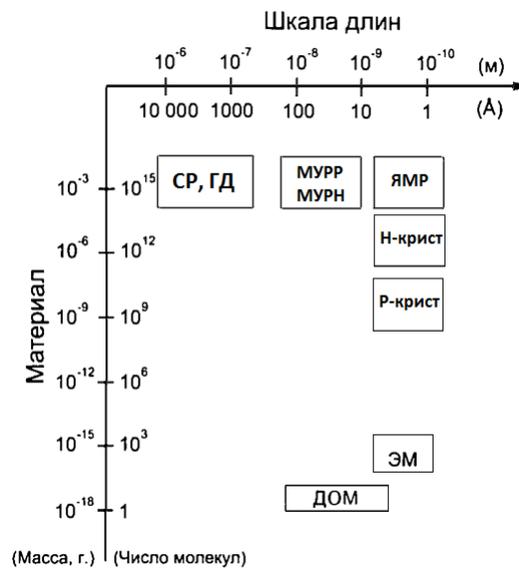
Весенний семестр

Попов Игорь Алексеевич

e-mail: popov.ia@mipt.ru

Физические методы исследования





Московский физико-технический институт
(Государственный университет)
Департамент молекулярной и биологической физики

Физические методы исследования

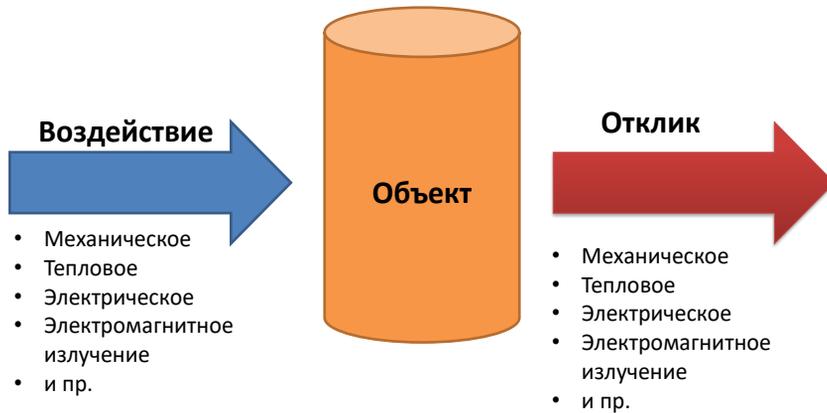
Лекция 1

Общие проблемы измерений

г. Долгопрудный, 3 февраля 2023 г.

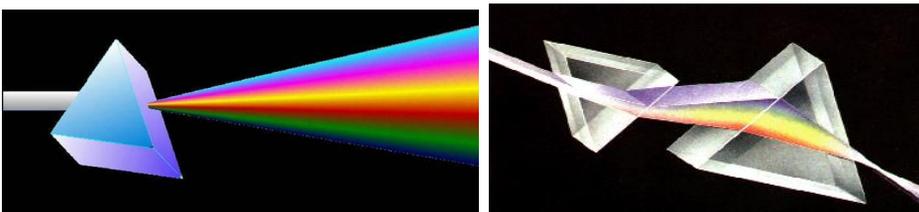
**Каждая задача исследования свойств молекулярных
и надмолекулярных систем содержит стадии**

- Анализ объекта исследований
- Анализ метода исследований
 - *Физики метода исследований*
 - *Техники метода исследований*
- Анализ физических моделей
- Анализ первичной информации
- Оценка результата с точки зрения метрологии
- Построение выводов

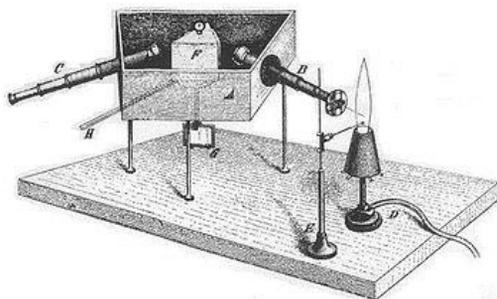


Рождение спектроскопии

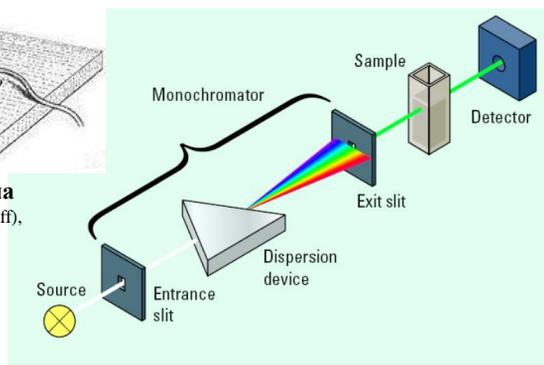
Эксперименты Ньютона с солнечным светом –1666 г.



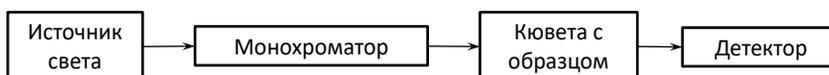
Техника спектроскопии



Спектроскоп Кирхгофа-Бунзена
Annalen der Physik und der Chemie (Poggendorff),
Vol. 110 (1860)



Устройство спектрофотометра в общем виде



Измерение – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических устройств. При выполнении измерений всегда осуществляется сравнение измеряемой величины с другой, подобной ей и принятой за единицу.

Совокупность операций можно назвать измерением, если при этом создан и реализуется ряд условий:

1. Возможность выделения измеряемой величины среди других величин;
2. Установление единицы, необходимой для измерения выделенной величины;
3. Воспроизведение и хранение (материализация) установленной величины техническим средством;
4. Создание единицы размера величины как минимум на срок, необходимый для измерений.

Метрология – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства, и способах достижения требуемой точности.

Три основных принципа (аксиомы) метрологии:

1. Без априорной информации измерение невозможно;
2. Измерение – это сравнение;
3. Результат измерения без округления является случайным.

Физическая величина – свойство, общее в качественном отношении многим физическим объектам (системам, процессам), но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта.

Основные и производные физические величины

Связи между физическими величинами в общем виде выражают уравнениями физических величин

Система величин - совокупность выбранных основных физических величин и их единиц (Гаусс, 1832г.);

Основная физическая величина – величина, входящая в систему величин и условно принятая в качестве независимой от других величин этой системы.

Производная физическая величина – величина, входящая в систему величин и определяемая через основные величины этой системы.



Johann Carl Friedrich Gauss
30 апреля 1777, Брауншвейг —
23 февраля 1855, Гёттинген

Классификация измерений

По характеру зависимости измеряемой величины от времени:

- статические;
- динамические.

По способу получения результатов:

- прямые;
- косвенные.

По условиям, определяющим точность измерений:

- максимально-возможной точности;
- контрольно-поверочные;
- технические измерения.

По способу выражения результатов:

- абсолютные;
- относительные.

По числу измерений одной и той же величины в ряду измерений:

- однократные;
- многократные.

Случайные величины



$\pi =$ 3.1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510
5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679
8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128
4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091
4564856692 3460348610 4543266482 1339360726 0249141273
7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436
7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548
0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912



39	56	74	65	73	0	76	78	99	47
66	75	57	57	93	66	10	89	69	4
89	100	13	16	83	23	62	19	13	5
51	73	85	74	61	89	86	38	25	3
3	3	39	33	58	46	50	57	92	70
49	94	27	18	50	100	8	93	2	78
0	13	78	82	78	75	18	72	52	80
82	16	60	32	34	91	42	88	70	17
70	45	65	5	48	29	76	17	64	49
44	52	40	42	56	76	21	35	32	85



Случайные величины

ТеорияЗадана $\rho(x)$

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \rho(x) dx$$

$$D = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 \rho(x) dx$$

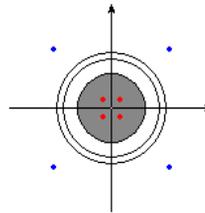
Эксперимент $\rho(x)$ неизвестна

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

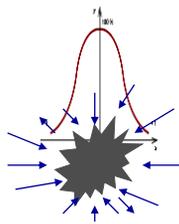
$$D = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Дисперсия 2!!



Распределение Гаусса - ЦПТ

- Стационарность
- Независимость
- $N \rightarrow \infty$
- $\delta x \rightarrow 0$

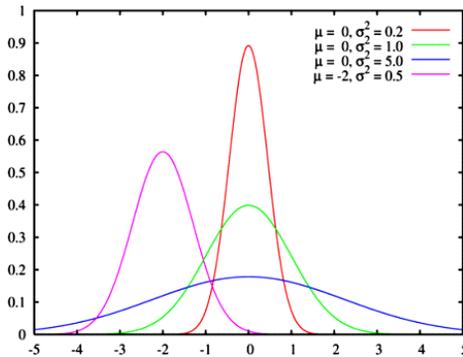


$$W = \frac{\xi x^2}{2}$$

$$P(W) \approx \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{\xi x^2}{2kT}\right)$$

$$\langle x \rangle = 0 \quad \sigma^2 = \frac{kT}{\xi}$$

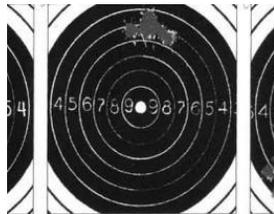
Распределение Гаусса



$$\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \rho_{\max}$$

$$\frac{\rho_{\max}}{\sqrt{e}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2e\pi}} \rho_{\max}$$



Биномиальное ↔ нормальное распределения

Биномиальное распределение

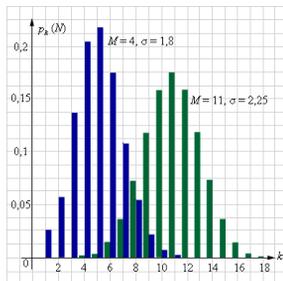
$$P_N(n) = C_N p^n q^{N-n}$$

$$\bar{n} = Np \quad \sigma^2 = Npq$$

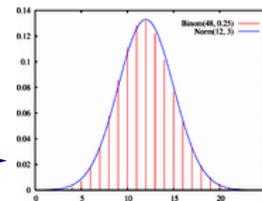
$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

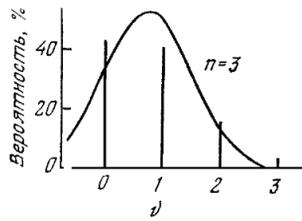
При $N \rightarrow \infty$ и $p = \text{const}$ биномиальное распределение переходит в распределение Гаусса

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Npq}} \exp\left[-\frac{(n-Np)^2}{2Npq}\right] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}\right]$$



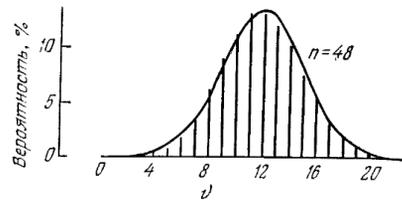
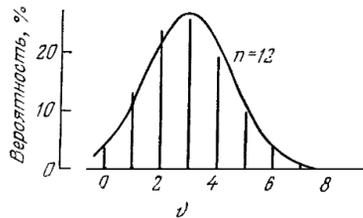
$N \rightarrow \infty, p = \text{const}$



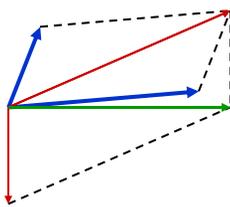


Биномиальные распределения с $p=1/4$ и $n=3, 12$ и 48

Непрерывная кривая на каждом графике – функция Гаусса с тем же средним и тем же стандартным отклонением



Сложение и «распространение» ошибок



$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$$

Косвенные измерения

$$x = f(\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \dots) + \Delta f$$

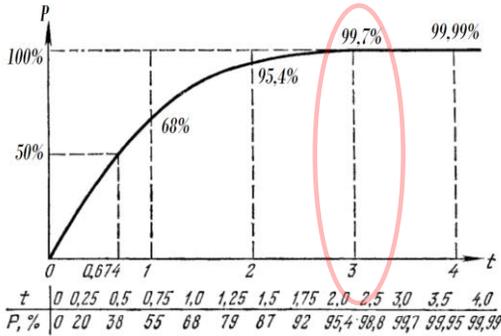
$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial f}{\partial r} \Delta r + \dots$$

$$\sigma_x^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2 \sigma_p^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)^2 \sigma_q^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 \sigma_r^2 + \dots$$

Интеграл ошибок

$$P(a, b) = \frac{\int_a^b \rho(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) dx} \rightarrow P(a, b) = \int_a^b \rho(x) dx$$

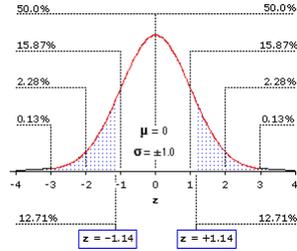
$$P_\delta = P(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x}-\delta}^{\bar{x}+\delta} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] dx$$



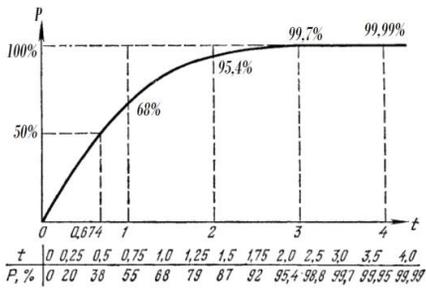
пусть $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$

$$P_\delta = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\delta/\sigma}^{+\delta/\sigma} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \sigma dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\delta/\sigma}^{+\delta/\sigma} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \equiv \text{erf}\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$$

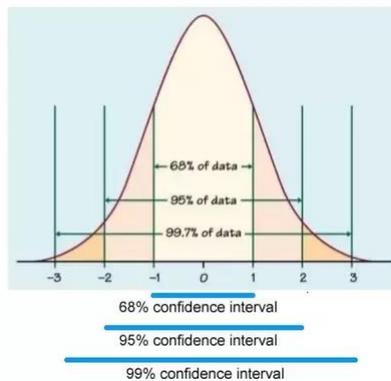
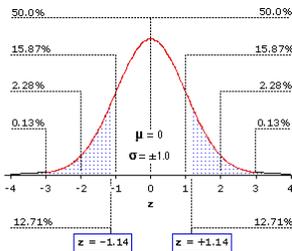
Правило «3σ» !!!



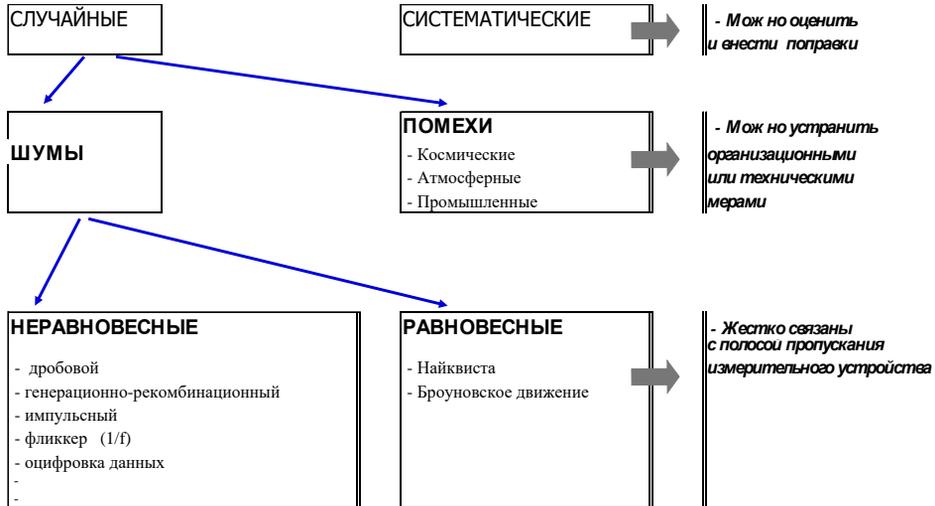
Интеграл ошибок: иллюстрации



$$\text{erf}\left(\frac{\delta}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\delta/\sigma}^{+\delta/\sigma} \exp(-z^2) dz$$



Погрешности измерений



Систематическая погрешность

Влияние процесса измерения на систему

$$V_i = V_0 \frac{R_i}{R_0 + R_i}$$

-препаративные процедуры ("soft matter")

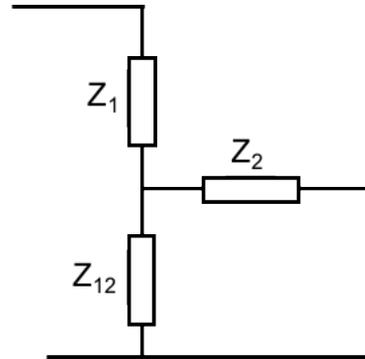
-нестабильность во времени

-неоднородность в пространстве

Помехи

- Космические
- Атмосферные
- Промышленные

$$k_{21} = \frac{P_{21}}{P_1}$$



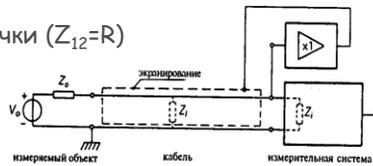
Характер связи контуров:

- Резистивный $z_{12} \equiv R$
- Емкостной $z_{12} \equiv \frac{1}{j\omega C}$
- Индуктивный $z_{12} \equiv j\omega L$

Помехи

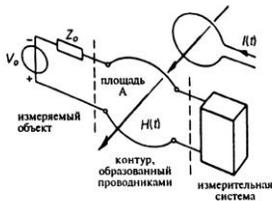
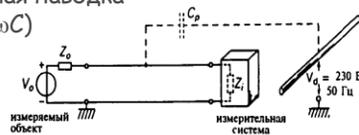
- Космические
- Атмосферные
- Промышленные

Токи утечки ($Z_{12}=R$)



Помехи можно устранить организационными или техническими мерами

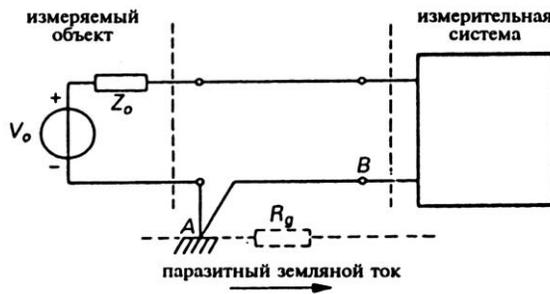
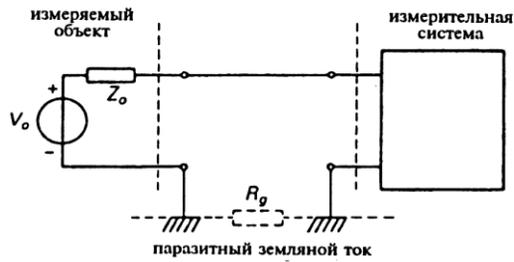
Емкостная наводка ($Z_{12}=1/i\omega C$)



Индуктивная наводка ($Z_{12}=i\omega L$)

$$V_d = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_A H dA$$

Заземление



Заземлять в одной точке !!!

Характеристики измерительных систем



Чувствительность

$$S = \frac{y}{x} \quad S_{dif} = \frac{dy}{\delta x}$$

Динамический диапазон

$$D = \frac{x_{max}}{x_{min} \rightarrow \frac{x_{max}}{\delta x}}$$

Разрешающая способность

$$R = \frac{\delta x}{x}$$

Пространственное разрешение

$$\delta x = \int_S x_S dS = \int_V x_V dV$$

Время измерения

$$\delta x = \int_{\tau} x(t) dt$$

δx – порог обнаружения !!!